Handbuch

der

rechnenden Aſtronomie

von

Chriſtian Friedrich Rüdiger

Profeſſor und aſtronomiſcher Obſervator zu Leipzig, der ökonomiſchen Societät daſelbſt Ehrenmitglied, auch der Königl. Groſsbritanniſchen Geſellſchaft der Wiſſenſchaften zu Göttingen Correſpondent

Erſter Band

mit zehn Kupfern

Zweyte verbeſſerte und vermehrte Ausgabe

Leipzig

in Joachims Buchhandlung

1802

ΙΔΟΣ

ΓΕΙΒΧΙΟ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ, ΑΘΗΝΑΙ

Vorrede.

Zu gegenwärtiger Schrift haben die Veranlassung Vorlesungen gegeben, welche ich über den sie betreffenden Gegenstand auf hiesiger Universität im Sommer 1795 gehalten habe. Ich glaubte, dass es zum Unterricht für Anfänger und Liebhaber der Astronomie kein unnützes Unternehmen seyn würde, meinen Vortrag durch den Druck bekannt zu machen, und dass ich dazu um so mehr Grund hätte, da gewöhnlich in den Lehrbüchern der theoretischen Astronomie

die Finſternisrechnungen nicht umſtändlich auseinandergeſetzt werden, auch Röſslers Handbuch der praktiſchen Aſtronomie, welches ſich zwar weitläuftig über die Finſterniſſe verbreitet, dennoch nicht alles darüber wiſſenswerthe und bekannte, ja nur wenig von dem enthält, was ich hier beygebracht habe.

Leipzig den 10 März 1796

Chriſtian Friedrich Rüdiger

Nachricht

wegen der zweyten Ausgabe.

In dieser neuen Ausgabe ist Seite 133 bis 138 der vorigen verbessert worden, desgleichen von Seite 145 an eine vollständigere Anweisung zur Berechnung der Beobachtung einer Sonnenfinsternifs, um die Länge des Beobachtungsortes zu bestimmen, neu hinzugekommen, und selbige auf die hiesigen Orts am 24. Jun. 1797 beobachtete Sonnenfinsternifs angewendet worden.

Leipzig den 31 May 1802

Der Verfasser

Innhalt.

Berechnung und Verzeichnung der Sonnen- und Mondfinsterniſſe.

1.

Vorläufige Rechnungen. Seite 3.

2.

Die wahre Zeit der Conjunktion oder Oppoſition der Sonne und des Mondes zu beſtimmen. Seite 7.

3.

Die übrigen weſentlichen Vorbereitungsſtücke zur Berechnung der Sonnen- und Mondfinsterniſſe aus den aſtronomiſchen Tafeln zu finden. Seite 22.

4.

Die Neigung der relativiſchen Bahn des Mondes, und die ſtündliche Bewegung des Mondes in ſeiner relativiſchen Bahn zu berechnen. Seite 27.

5.

In den Mondfinſterniſſen den verbeſſerten Halbmeſſer des Erdſchattens zu beſtimmen. Seite 29.

6.

Für die Sonnenfinſterniſſe den Winkel der Ekliptik mit dem Meridian, den Halbmeſſer der Erde, des Mondhalbſchattens und des wahren Schattens, die Abweichung und gerade Aufſteigung der Sonne zu finden. Seite 31.

7.

Eine Projektion für eine Mondfinſterniſs zu verfertigen. Seite 32.

8.
Beschreibung des Entwurfs Fig. V. Seite 33.

9.
Aus diesem Entwurfe den Anfang, das Mittel und Ende der Mondfinsternifs zu bestimmen. Seite 35.

10.
Nach eben demselben Entwurfe die Mondfinsternifs zu berechnen. Seite 37.

11.
Projektion der Sonnenfinsternifs am 24. Jun. 1797 für die Erde überhaupt. Seite 40.

12.
Berechnung dieser Sonnenfinsternifs für die Erde überhaupt. Seite 43.

13.
Den Ort auf der Erde zu finden, der zu allererst beym Aufgang der Sonne die Sonnenfinsternifs wahrnehmen wird. Seite 44.

14.
Auf eine ähnliche Art denjenigen Ort durch Rechnung zu bestimmen, welcher den Anfang der totalen Sonnenfinsternifs beym Aufgang der Sonne, ferner das Ende derselben und das völlige Ende der Sonnenfinsternifs beym Untergang der Sonne wahrnehmen wird. Seite 46.

15.
Den Ort zu finden, wo zur Zeit des Mittels der Erdfinsternifs die Sonne total verfinstert erscheint. Seite 49.

16.
Orthographische Projektion der Sonnenfinsternifs am 24. Jun. 1797 für Leipzig insbesondere, um die Zeit und Grösse derselben daselbst zu finden. Seite 52.

17.
Berechnung eben dieser Sonnenfinsternifs für Leipzig nach Tobias Mayer. Seite 56.

18.
Berechnung der Beobachtung einer Sonnenfinsternifs nach Tempelhof. Seite 81.

Weitere Ausführung der Lehre von den Mondfinsterniſſen.

19.
Eine Mondfinſterniſs nach Lamberts Methode zu berechnen und zu entwerfen. Seite 93.

20.
Ein anderes Verfahren Mondfinſterniſſe zu verzeichnen und zu berechnen. Seite 112.

21.
Allgemeine Regeln zur Berechnung einer Mondfinſterniſs. Seite 123.

22.
Eine andere allgemeine Berechnungsart nach Tempelhof. Seite 132.

23.
Durch Rechnung zu finden, in welchen Ländern der Erde eine Mondfinſterniſs ſichtbar ſeyn wird. Seite 139.

24.
Alle Länder der Erde, ohne Rechnung durch eine künſtliche Erdkugel zu erfahren, worinnen eine Mondfinſterniſs geſehen werden kann. Seite 143.

Beſtimmung der Länge eines Orts aus Beobachtungen der Sonnenfinſterniſſe.

25.
Beſtimmung der Länge von Leipzig aus der auf daſiger Sternwarte den 24. Jun. 1797 beobachteten Sonnenfinſterniſs. Seite 147.

Berechnung und Verzeichnung

der

Sonnen- und Mondfinsternisse.

Vorläufige Rechnungen.

§. 1.

Das erste Vorbereitungsstück zur Rechnung einer Finsterniss ist die Bestimmung der Zeit des mittlern Neumonds und des mittlern Vollmonds. Ist die Zeit unbekannt, da sich eine Finsterniss ereignen wird, so muss man alle mittlern Neu- und Vollmonde des vorgegebenen Jahres berechnen, und darinn diejenigen aufsuchen, welche ekliptisch seyn werden, d. i. in welchen sich eine Finsterniss ereignen wird. Die Berechnung aller mittlern Neu- und Vollmonde für ein gegebenes Jahr beruhet auf der Berechnung des ersten mittlern Neumonds in diesem Jahre. Alle darauf folgende mittlere Neu- und Vollmonde ergeben sich alsdann blos dadurch, dass zu dem gefundenen ersten mittlern Neumonde, die halbe mittlere synodische Umlaufszeit des ☽, welche 14 Tage 18 St. 22′ 1″ beträgt, mehrmal nach und nach addiret wird, bis das Jahr erschöpft ist. Zu diesen Rechnungen kann man sich mit Vortheil der Berliner Sammlung astronomischer Tafeln, Band 2. Seite 97 — 104 bedienen, wo man aber zugleich das Argument der Breite mit ausschreiben und addiren muss, welches die ekliptischen Neu- und Vollmonde auszuheben dient.

Beyſpiel für 1797.

	Berliner Zeit T. St. ′ ″	Argum. der Breite = u Z. Gr. ′ ″	
1780	6 9 40 9	7 16 16 40	Tafel 2.
+ 17	20 22 53 57	11 21 29 7	— 1.
1797	27 8 34 6	7 7 45 47	☌ I.
+ ½ ☽	14 18 22 1	0 15 20 7	Tafel 2.
Unterſch.	12 14 12 5	6 22 25 40	☌ I.
Summe	42 2 56 7	7 23 5 54	☌ II.
+ ½ ☽	14 18 22 1	0 15 20 7	
	56 21 18 8	8 8 26 1	☌ II.
+ ½ ☽	14 18 22 1	0 15 20 7	
	71 15 40 9	8 23 46 8	☌ III.
	86 10 2 10	9 9 6 15	☌ III + ½ ☽ =
	101 4 24 11	9 24 26 22	☌ IV.
	115 22 46 12	10 9 46 29	☌ IV.
	130 17 8 13	10 25 6 36	☌ V.
	145 11 30 14	11 10 26 43	☌ V.
	160 5 52 15	11 25 46 50	☌ VI.
	175 0 14 16	0 11 6 57	☌ VI.
	189 18 36 17	0 26 27 4	☌ VII.
	204 12 58 18	1 11 47 11	☌ VII.
	219 7 20 19	1 27 7 18	☌ VIII.
	234 1 42 20	2 12 27 25	☌ VIII.
	248 20 4 21	2 27 47 32	☌ IX.
	263 14 26 22	3 13 7 39	☌ IX.
	278 8 48 23	3 28 27 46	☌ X.
	293 3 10 24	4 13 47 53	☌ X.
	307 21 32 25	4 29 8 0	☌ XI.
	322 15 54 26	5 14 28 7	☌ XI.
	337 10 16 27	5 29 48 14	☌ XII.
	352 4 38 28	6 15 8 21	☌ XII.

§. 3.

Aus dem Argument der Breite ergiebt sich die Entfernung des ☽ von seinem nächsten Knoten, und aus letzterer lassen sich diejenigen Neu- und Vollmonde bestimmen, die eine Finsterniss haben. Nemlich *bey den mittlern Neumonden* giebt über 20° Entfernung, keine ☉finsterniss; bey einer Entfernung < 13° ist es *gewiss*, dass in dem dazu gehörigen Neumonde irgendwo auf der Erde eine Sonnenfinsterniss seyn werde; und endlich zwischen 20° und 13° Entfernung ist die ☉finsterniss zwar möglich, aber doch noch *ungewiss*. *Bey den mittlern Vollmonden* giebt über 13° 21′ keine ☽finsterniss; unter 7° 47′ allezeit eine ☽finsterniss; und die blosse Möglichkeit, oder Ungewissheit fällt zwischen 13° 21′ und 7° 47′. Nach diesen Regeln ist folgende Tafel verfertiget worden, in welcher die §. 1. gesammelten Tage des Iahres auf Monatstage gebracht, und die gewissen ☉- und ☽finsternisse mit G, die noch ungewissen aber mit U bezeichnet sind. Von den ungewissen fallen die 2 ☉fi. am 25. May und 18. Nov. ganz weg; dass also im Iahr 1797, zwey ☽fi. und zwey ☉finsternisse sich ereignen werden, jene sind alle beyde total, die ☽fi. am 9. Jun. wird bey uns unsichtbar, die vom 3. Dec. aber sichtbar seyn. Die ☉fi. welche den 24. Jun. einfällt, ist bey uns sichtbar, hingegen die am 18. Dec. unsichtbar und klein. Daher soll die sichtbare totale ☽finsterniss den 3. December, und die sichtbare ☉finsterniss den 24. Junius der Gegenstand der nächstfolgenden Rechnungen seyn.

Monatstage	Argument der Breite α				Entfernung vom nächst. Knot.				
	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	
12. Jan.	6	22	25	40	0	22	25	40	☌ 1
27. —	7	7	45	47	1	7	45	47	☍ 1
11. Febr.	7	23	5	54	1	23	5	54	☌ 2
25. —	8	8	26	1	2	8	26	1	☍ 2
12. März	8	23	46	8	2	23	46	8	☌ 3
27. —	9	9	6	15	2	20	53	45	☍ 3
11. April	9	24	26	22	2	5	33	38	☌ 4
25. —	10	9	46	29	1	20	13	31	☍ 4
10. May	10	25	6	36	1	4	53	24	☌ 5
25. —	11	10	26	43	0	19	33	17	☍ 5 U.
9. Jun.	11	25	46	50	0	4	13	10	☌ 6 G.
24. —	0	11	6	57	0	11	6	57	☍ 6 G.
8. Jul.	0	26	27	4	0	26	27	4	☌ 7
23. —	1	11	47	11	1	11	47	11	☍ 7
7. Aug.	1	27	7	18	1	27	7	18	☌ 8
22. —	2	12	27	25	2	12	27	25	☍ 8
5. Sept.	2	27	47	32	2	27	47	32	☌ 9
20. —	3	13	7	39	2	16	52	21	☍ 9
5. Oct.	3	28	27	46	2	1	32	14	☌ 10
20. —	4	13	47	53	1	16	12	7	☍ 10
3. Nov.	4	29	8	0	1	0	52	0	☌ 11
18. —	5	14	28	7	0	15	31	53	☍ 11 U.
3. Dec.	5	29	48	14	0	0	11	46	☌ 12 G.
18. —	6	15	8	21	0	15	8	21	☍ 12 U.

Die wahre Zeit der ☌ ☽ oder ☍ ☽ in der Ekliptik zu finden.

§. 3.

Das zweyte zur Rechnung einer Finsterniss erforderliche Stück ist die Berechnung der Zeit des wahren Neumonds und Vollmonds: da sucht man zuerst für den gegebenen ekliptischen Neu- und Vollmond; *die Zeit der verbesserten ☌ und ☍*, nach der Berl. Samml. astr. Taf. Band 2. Seite 104. Alsdann berechnet man auf diese Zeit des verbesserten Neu- und Vollmonds, *die wahre Länge der ☉ und des ☽ in der Ekliptik.* Sind die solchergestalt gefundenen Oerter der ☉ und des ☽ bey der ☌ von einander nicht verschieden, oder beträgt ihr Unterschied bey der ☍, genau 6Z. 0° 0′ 0″; so sind die verbesserten und wahren Syzygien der Zeit nach von einander nicht verschieden. Wenn aber die Längen der Sonne und des Mondes von einander abweichen, so subtrahirt man die kleinere von der grösern; aus dem Längenunterschiede wird sich nunmehr nach Anleitung des nächstfolgenden §, *die mittlere Zeit der wahren Conjunction und Opposition* nach dem Mittagskreise der astronomischen Tafeln finden lassen.

Folgende Tafeln I — VI enthalten die hieher gehörigen Rechnungen.

Tafel I.

Für die Zeit der verbesserten ☌ und ☍.

	Zeit T.	St.	′	″	α Z.	Gr.	′	″	M Z.	Gr.	′	″	☉ Z.	Gr.	′	″	a. Z.	Gr.	′	″	
1797	12	14	12	5	6	22	25	40	6	8	7	27	9	23	0	1	6	13	31	45	☍ P.
+ 5 Rev	147	15	40	14	5	3	21	10	4	9	5	2	4	25	32	1	4	25	31	35	
+ ½ -	14	18	22	1	0	15	20	7	6	12	54	30	0	14	33	12	0	14	33	9	
Summe	175	0	14	20	0	11	6	57	5	0	6	59	3	3	5	14	11	23	36	29	☌ 6. G.
+ 5 Rev.	147	15	40	14	5	3	21	10	4	9	5	2	4	25	32	1	4	25	31	35	
+ ½ -	14	18	22	1	0	15	20	7	6	12	54	30	0	14	33	12	0	14	33	9	
Summe	337	10	16	35	5	29	48	14	4	2	6	31	8	13	10	27	5	3	41	13	☍ 12. G.

Für den 6sten ekliptischen Neu☽.

	Z.	Gr.	′	″		+ St.	′	″	− St.	′	″
M =	5	0	6	59	Taf. III	4	32	32			
a =	11	23	36	29	″ IV	0	27	10			
a + M =	4	23	43		″ V	-	-	-	0	4	9
a − M =	6	23	29		″ VI	0	4	12			
a + 2 M =	9	23	50			0	0	48			
a − 2 M =	1	23	23		″ VII	-	-	-	0	0	26
2a − M =	7	22	7			0	1	29			
XII − 2a =	11	7	46			0	0	35			
						+ 5	6	46	− 0	4	35
						− 0	4	35			
						+ 5	2	11			

Zeit der mittl. ☌: 175 T. 0 14 20

Zeit der verbess. ☌: Jun. 24 5 16 31 *mittl.* Zeit, Berl.

Für den 12ten ekliptischen Voll☽.

	Z.	Gr.	′	″		+ St.	′	″	− St.	′	″
M =	4	2	6	31	Taf. III	7	55	28			
a =	5	3	4	13	″ IV	-	-	-	1	53	21
a + M =	9	5	48		″ V	0	6	58			
a − M =	1	1	35		″ VI	-	-	-	0	5	31
a + 2 M =	1.	7	54			-	-	-	0	0	32
a − 2 M =	8	29	28			0	0	32			
2a − M =	7	27	30		″ VII	0	1	36			
XII − 2a =	0	0	24			-	-	-	0	0	1
M =	4	2	7			-	-	-	0	1	37
						+ 8	4	34	− 2	1	2
						− 2	1	2			
						+ 6	3	32			

Zeit der mittl. ☍: 337 T. 10 16 35

Zeit der verbess. ☍: Dec. 3 16 20 7 *mittl.* Zeit, Berl.

Tafel II.

Für die wahre Länge der ☉ zur Zeit der verbesserten ☽.

Epoche	mittl. Länge d. ☉. Z.	Gr.	′	″	Erdferne Z.	Gr.	′	″	Arg. I. ☾	Arg. II. ☌	Arg. III. ☿	Arg. IV. ☊
1797	9	10	35	20,4	3	9	29	16	74	805	250	747
24. Jun.	5	22	29	17,9	0	0	0	32	926	439	300	26
+ 5 St.	0	0	12	19,2	0	0	0	0	7	1	0	0
16′	0	0	0	39,4	0	0	0	0	0	0	0	0
31″	0	0	0	1,3	0	0	0	0	0	0	0	0
Summen	3	3	17	38,2	3	9	29	48	7	245	550	773
Gl. d. Mittelp.	+0	0	12	13,6	3	3	17	38,2	Gleich.	Gleich.	Gleich.	Gleich.
									+0,35″	+6,75″	−2,90″	−17,84″
verbess. ☉	3	3	29	51,8	11	23	47	50,2				
Summe d. 4 kl. Gl.	−0	0	0	13,6	mittlere Anomalie der ☉				+ 7,10″		− 20,74″	
Wahre Länge der ☉ zur Zeit der verbesserten ☽	3	3	29	38,2						− 13,64″		

Zeitgleichung: − 2′ 4″
um die mittlere Zeit in die wahre zu verwandeln.

Tafel III.

Für die wahre Länge der ☉ zur Zeit der verbesserten ☾.

Epoche	mittl. Länge d. ☉ Z.	Gr.	′	″	Erdferne Z.	Gr.	′	″	Arg. I. ☾	Arg. II. ☿	Arg. III. ♀	Arg. IV. ☊
1797	9	10	35	20,4	3	9	29	16	74	805	250	747
3. Dec.	11	2	9	47,5	0	0	1	1	412	845	577	50
+ 16 St.	0	0	39	25,6	0	0	0	0	23	2	1	0
20′	0	0	0	49,3	0	0	0	0	0	0	0	0
7″	0	0	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
Summen	8	13	25	23,1	3	9	30	17	509	652	828	797
Gl. d. Mittelp.	— 0	0	51	45,8	8	13	25	23,1	Gleich.	Gleich.	Gleich.	Gleich.
verb. Ort d. ☉.	8	12	33	37,3	5	3	55	6,1	— 0,45″	— 3,68″	— 0,10″	— 17,19″
Summe d. 4 kl. Gl.	— 0	0	0	21,4	mittlere Ano-							
Wahre Länge der ☉ zur Zeit der verbesserten ☾.	8′	12	33	15,9	malie der ☉					— 21,42″		

Zeitgleichung: + 9′ 19″
um die mittlere Zeit in die wahre zu verwandeln.

Tafel IV.

Für die wahre Länge des ☽ in der Ekliptik, zur Zeit der verbesserten ☌.

	Länge des ☽				Erdferne				☊ ☽				
	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	
Seculargl.			+	9									
1797	10	7	5	10	9	13	28	24	3	1	14	22	
Jun. 24.	4	25	52	10	0	19	29	47	0	9	16	2	Summe
5 St.	0	2	44	42	0	0	1	24	0	0	0	40	
16′	0	0	8	47	0	0	0	4	0	0	0	2	
31″	0	0	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	
mittl. Länge d. ☽	3	5	51	15	10	2	59	39	— 0	9	16	44	
					3	5	51	15	+ 3	1	14	22	
					5	2	51	36	2	21	57	38	= ☊
					mittlere Anomalie des ☽.				Nutatio. Taf. 26			— 17,8″	
											— 0	57	= Verbess. Taf. XI.
									2	21	56	41	= Verbesserte Länge des ☊ ☽

11

Fortsetzung der Tafel IV.

Die 10 Argum. der Länge des ☽ nebst ihren Gleichungen aus den Tafeln 12 — 21 der Berl. Samml. Band 2.

Arg.	Z.	Gr.	′	— Gleich. ′	″	+ Gleich. ′	″
1	11	23	47,8	1	12,2		
2	11	28	31,1	—	—	0	1,5
3	0	10	55,4	0	13,0		
4	5	7	34,8	—	—	0	20,4
5	7	1	51,6	—	—	43	1,9
6	6	25	39,5	0	56,3		
7	1	8	3,8	0	30,0		
8	5	9	3,8	—	—	0	12,0
9	11	18	28,0	0	23,1		
10	6	29	30,0	0	58,5		
				−4	13,1	+43	35,8

	+ 39′	22,7″	Betrag der 10 kleinen Gleichungen,
	— 2	30,0	Verbesserung aus Taf. 10.
	+ 36	52,7	
5Z.	2° 51	36,0	mittl. Anomalie des ☽
5	3 28	28,7	= Arg. XI. der Länge des ☽

Fortsetzung der Tafel IV.

	Z.	Gr.	′	″
Mittlere Länge des ☽	= 3	5	51	15
Betrag der 10 kleinen Gleichungen	= +	0	39	22,7
1mal verbesserte ☽ Länge	= 3	6	30	37,7
Gleichung XI. aus Tafel 22	= −	2	59	57,5
2mal verbesserte ☽ Länge	= 3	3	30	40,2
— wahre Länge der ☉	= 3	3	29	38,2
Arg. XII. der Länge des ☽	= 0	0	1	2,0
Gleichung XII. aus Tafel 23	= +	0	0	1,27
2mal verbesserte ☽ Länge	= 3	3	30	40,20
3mal verbesserte ☽ Länge	= 3	3	30	41,5
— verbess. Länge des ☊ ☽	= 2	21	56	41,0
☽ v. ☊	= 0	11	34	0,5
2. (☽ v. ☊)	= 0	23	8	1,0
— Arg. XI. der Lä. d. ☽	= 5	3	28	28,7
Arg. XIII. der Länge des ☽	= 7	19	39	32,3
Gleichung XIII. aus Tafel 24	= −	0	1	3,7
3mal verbesserte ☽ Länge	= 3	3	30	41,5
Länge des ☽ in Orbita	= 3	3	29	37,8
— verbess. Länge des ☊ ☽	= 2	21	56	41,0
Arg. XIV. der Länge des ☽	= 0	11	32	56,8
Gleichung XIV. aus Tafel 25	= −	0	2	38,0
Nutatio	= −	0	0	17,8
Gleichung XIV + Nutatio	= −	0	2	55,8
Länge des ☽ in Orbita	= 3	3	29	37,8
Wahre Länge des ☽ in der Ekliptik zur Zeit der verbesserten ☌	= 3	3	26	42,0

Tafel V.

Für die wahre Länge des ☽ in der Ekliptik, zur Zeit der verbesserten ☌.

	Länge des ☽ Z.	Gr.	′	″	Erdferne Z.	Gr.	′	″	☊ ☽ Z.	Gr.	′	″
Seculargl.	0	0	0	9								
1797	19	7	5	10	9	13	28	24	3	1	14	22
Dec. 3.	4	0	26	45	1	7	32	40	− 0	17	50	44
16 St.	0	8	47	3	0	0	4	27	− 0	0	2	7
20′	0	0	10	59	0	0	0	6	− 0	0	0	3
7″	0	0	0	3,8	0	0	0	0	− 0	0	0	0
mittl. Länge d. ☽	2	16	30	9,8	10	21	5	37	− 0	17	52	54
					2	16	30	9,8	+ 3	1	14	22
					3	25	24	32,8	2	13	21	28 = ☊
					mittlere Anomalie des ☽.				Nutatio. Taf. 26 =			− 17,2″
									+		3	56 = Verbess. Taf. XI.
									2	13	25	24 = Verbesserte Länge des ☊ ☽.

Fortsetzung der Tafel V.

Die 10 Argum. der Länge des ☽ nebst ihren Gleichungen aus den Tafeln 12 — 21 der Berl. Samml. Band 2.

Arg.	Z.	Gr.	′	— Gleich. ′	″	+ Gleich. Gr.	′	″
1	5	3	55,1	—	—	0	4	59,9
2	5	11	48,9	0	17,2			
3	7	3	58,7	—	—	0	0	39,0
4	4	3	18,3	—	—	0	0	45,0
5	8	12	29,2	—	—	1	17	8,7
6	1	16	24,4	—	—	0	1	33,4
7	3	8	34,1	—	—	0	0	48,5
8	10	21	29,4	0	21,0			
9	6	0	48,2	—	—	0	0	1,6
10	2	8	32,4	0	24,9			
				—1	3,1	+1	25	56,1

			+1° 24′ 53,0″	Betrag der 10 kleinen Gleichungen.
			+0 10 16,8	Verbesserung aus Tafel 10.
			+1 35 9,8	
3	Z.	25	24 32,8	mittlere Anomalie des ☽
3		26	59 42,6	= Arg. XI. der Länge des ☽

Fortsetzung der Tafel V.

	Z.	Gr.	′	″
Mittlere Länge des ☽	= 2	16	30	9,8
Betrag der 10 kleinen Gleichungen	= +	1	24	53,0
1mal verbesserte ☽ Länge	= 2	17	55	2,8
Gleichung XI. aus Tafel 22	= −	5	47	27,0
2mal verbesserte ☽ Länge	= 2	12	7	35,8
— wahre Länge der ☉	= 8	12	33	15,9
Arg. XII. der Länge des ☽	= 5	29	34	19,9
Gleichung XII aus Tafel 23.	= −	0	0	33,4
2mal verbesserte ☽ Länge	= 2	12	7	35,8
3mal verbesserte ☽ Länge	= 2	12	7	2,4
— verbess. Länge des ☊☽	= 2	13	25	24,0
☽ v. ☊	= 11	28	41	38,4
2 (☽ v. ☊)	= 11	27	23	16,8
— Arg. XI. der Länge des ☽	= 3	26	59	42,6
Arg. XIII. der Länge des ☽	= 8	0	23	34,2
Gleichung XIII. aus Taf. 24	= −	0	1	12,4
3mal verbesserte ☽ Länge	= 2	12	7	2,4
Länge des ☽ in Orbita	= 2	12	5	50,0
— verbess. Länge des ☊☽	= 3	13	25	24,0
Arg. XIV. der Länge des ☽	= 11	28	40	26,0
Gleichung XIV. aus Tafel 25	= +	0	0	18,6
Nutatio	= −	0	0	17,2
Gleichung XIV + Nutatio	= +	0	0	1,4
Länge des ☽ in Orbita	= 2	12	5	50,0
Wahre Länge des ☽ in der Ekliptik zur Zeit der verbesserten ☌.	= 2	12	5	51,4

Tafel VI.

Zur Zeit der verbeſſerten ☌	Zur Zeit der verbeſſerten ☍
Wahre Länge Z.Gr., „	Wahre Länge Z.Gr., „
der ☉ = 3 3 29 38,2	der ☉ = 8 12 33 15,9
des ☽ in d.Ekl. = 3 3 26 42,0	des ☽ in d.Ekl. = 2 12 5 51,4
Unterſchied = 0 0 2 56,2	Unterſchied = 6 0 27 24,5
od. ☉ ☋ ☽	od. ☉ ☋ ☽ = 0 0 27 24,5

§. 4.

Aus den aſtronomiſchen Tabellen berechnet man die ſtündliche Bewegung der ☉ = h; und die ſtündliche Bewegung des ☽ in der Ekliptik = H; ſo ergiebt ſich H — h. Hierauf ſchlieſst man nach folgender Proportion:

H — h: 1 St. od. 3600″ = ☉ ☋ ☽: Unterſchied der Zeiten der verbeſſerten und wahren ☌ oder ☍;

und addirt dieſen Unterſchied zur Zeit der verbeſſerten ☌ oder ☍, wenn die wahre Länge der ☉ zur Zeit der verbeſſerten {☌ / oder ☍ — 6Z} gröſser als die Länge des ☽ in der Ekliptik iſt:

ſubtrahirt denſelben aber von der Zeit der verbeſſerten ☌ oder ☍, wenn die wahre Länge der ☉ zur Zeit der verbeſſerten {☌ / oder ☍ — 6Z} kleiner als die Länge des ☽ in der Ekliptik iſt. Die Summe oder der Reſt giebt *die mittlere Zeit der wahren ☌ oder ☍* der ☉ und des ☽ unter dem Mittagskreiſe der aſtr. Tafeln. Man ſehe Tafel VII — IX.

Tofel VII.

Aus der Berlin. Samml. aſtr. Tafeln, Band 1. Taf. 17.
Seite 263, giebt Arg: mittlere Anomalie der ☉
nach §. 3. Tafel II. und III.

Zur Zeit der verbeſſerten ☌	Zur Zeit der verbeſſerten ☍
Z. Gr. ′	Z. Gr. ′
= 11 23 47,8	= 5 3 55,1
die *ſtündliche Bewegung d.* ☉	die *ſtündliche Bewegung d.* ☉
= 2′ 23,0″ = h	= 2′ 32,4″ = h
den *Halbmeſſer der* ☉	den *Halbmeſſer der* ☉
= 15′ 46,9″	= 16′ 17,4″
den *Durchmeſſer der* ☉	den *Durchmeſſer der* ☉
= 31′ 33,9″	= 32′ 34,9″

Tafel VIII.

Die stündliche Bewegung des ☽ in der Ekliptik ergiebt sich vermittelst der 14 Argumente der Länge des ☽, §. 3. Tafel IV u. V. aus der Berliner Samml. astr. Taf. Band 2. ☽taf. 53 — 67 folgendergestalt:

Zur Zeit der verbesserten ☌

Arg. der Länge d. ☽	+ Gleich. °	′	″	— Gleich. °	′	″
1		0	0,5			
2		—	—	0	1,0	
3		—	—	0	1,3	
4		0	0,6			
5		0	35,8			
6		—	—	0	0,9	
7		—	—	0	0,2	
8		—	—	0	0,2	
9		—	—	0	0,2	
10		0	1,0			
11		36	18,8			
12		0	39,5			
13		—	—	0	0,8	
Summ.	+37	36	6,2	−0	4	4,6

stündl. Bewegung + 37′ 31,6″
des ☽ in Orbita
Arg. 14 giebt Taf. 66 — 7,1″ für 32′ 56″
Taf. 67 — 1,14. — 7,1″ = — 8,09″
+ 37′ 31,60

stündl. Bewegung des ☽ in der Ekliptik 37 23,5 = H

Zur Zeit der verbesserten ☍

Arg. der Länge des ☽	+ Gleich. °	′	″	— Gleich. °	′	″
1		—	—	0	0	0,4
2		0	0,9			
3		0	1,1			
4		0	0,3			
5		0	12,2			
6		0	0,7			
7		—	—	0	0	0,1
8		0	0,2			
9		—	—	0	0	0,2
10		—	—	0	1	1,5
11		34	24,8			
12		0	41,5			
13		—	—	0	0	0,6
Summ.	+35	21	1,7	−0	2	2,8

stündl. Bewegung + 35′ 18,9″
des ☽ in Orbita
Arg. 14 giebt Taf. 66 — 7,8″ für 32′ 56″
Taf. 67 — 1,07. — 7,8″ = — 8,3
+ 35 18,9

stündl. Bewegung des ☽ in der Ekliptik 35 10,6 = H.

Tafel IX.

Zur Zeit der verbesserten ☌.				Zur Zeit der verbesserten ☍.			
H	=	37′ 23,5″	Tafel VIII.	H	=	35′ 10,6″	Tafel VIII.
h	=	2 23,0	— VII.	h	=	2 32,4	— VII.
H-h	=	35 0,5		H-h	=	32 38,2	
☉☽	=	2 56,2	— VI.	☉☽	=	27 24,5	— VI.
35′0,5″ : 3600″ = 2′ 56,2″ : + 5′ 2″				32′38,2″ : 3600″ = 27′24,5″ : †50′23″			
Zeit der verbesserten ☌:		1797 Jun. 24. 5 St. 16 31		Zeit der verbesserten ☍:		1797 Dec. 3 16 St. 20 7	
		1797 Jun. 24. 5 21. 33				1797 Dec. 3 17 10 30	
		Mittlere Zeit der wahren ☌ zu Berlin.				*Mittlere Zeit der wahren ☍ Berliner Uhr.*	

§. 5.

Diese eben gefundene mittlere Zeit unter dem Mittagskreise der Tafeln verwandelt man nunmehro durch die Zeitgleichung in wahre, und, wenn man will, durch den Unterschied der Mittagskreise in die Zeit desjenigen Orts, für welchen die Finsternis berechnet werden soll. Für die Zeit der wahren ☌ oder ☍ sucht man den wahren Ort der ☉ und des ☽ in der Ekliptik, welches hier durch einfache Proportionaltheile, mittelst der bereits gefundenen stündlichen Bewegungen der ☉ und des ☽ in der Ekliptik, §. 4. Taf. VII. und VIII geschehen kann; so werden für die ☌, die Oerter der ☉ und des ☽ einerley, für die ☍ aber, um 6Z. von einander unterschieden seyn müssen.

Tafel X.

Mittlere Zeit der wahren ☌ zu Berlin			
1797 24. Jun. 5 St.	21′	33″	
Zeitgleich. §. 3. Taf. II. —	2	4	
1797 24 Jun. 5	19	29	
Wahre Zeit der wahren ☌ zu Berlin.			

1 St.: 2′ 23″ od. h = 5′ 2″ (§. 4. Taf. IX):	+	12″		
Länge der ☉ zur Zeit der verbeſſerten ☌ §. 3. Taf. II.	3Z.	3°	29′	38″
Wahre Länge der ☉ zur Zeit der wahren ☌	3 =	3 ☉ ♈	29	50
1 St.: 37′ 23,5″ oder H = 5′ 2″:	+	3′	8″	
Länge des ☽ in der Eklipt. zur Zeit der verbeſſ. ☌ §. 3. Tafel IV.	3Z.	3°	26	42
Länge des ☽ in der Ekliptik zur Zeit der wahren ☌	3	3	29	50
☉ ♈ =	3	3	29	50
Unterſchied =	0	0	0	0

Mittlere Zeit der wahren ☍ zu Berlin			
1797 3. Dec. 17 St.	10′	30″	
Zeitgleich. §. 3. Taf. III. +	9	19	
1797 3. Dec. 17	19	49	
oder 4. Dec. 5	19	49 früh	
Wahre Zeit der wahren ☍ zu Berlin.			

1 St.: 2′ 32,4″ od. h = 50′ 23″ (§. 4. Taf. IX):	+	2′ 8″		
Länge der ☉ zur Zeit der verbeſſerten ☍. §. 3. Tafel III.	8Z.	12°	33′	16″
Wahre Länge der ☉ zur Zeit der wahren ☍	8 =	12 ☉ ♎	35	24
1 St.: 35′ 10,6″ od. H = 50′ 23″:	+	29′	32,3″	
Länge des ☽ in der Eklipt. zur Zeit der verbeſſ. ☍ §. 3. Taf. V.	2Z.	12°	5′	51,4″
Länge des ☽ in der Ekliptik zur Zeit der wahren ☍	2Z.	12°	35	24
☉ ♎ =	8	12	35	24
Unterſchied =	6	0	0	0

Die übrigen wesentlichen Vorbereitungsstücke zur Berechnung der ☉- und ☽finsternisse aus den astronomischen Tabellen zu finden.

§. 6.

Diese sind die ☽breite zur Zeit der ☌ oder ☍, nebst ihrer stündlichen Veränderung; die Horizontalparallaxe des ☽ unterm Aequator; die ☉parallaxe; der ☉- und ☽halbmesser. Als Anleitung zur Berechnung dieser Stücke aus den astronomischen Tafeln, dienen die Darstellungen in den nächstfolgenden Tafeln XI—XVIII.

Tafel XI.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der verbesserten ☌.

Arg. der ☽breite				+ Gleich.			— Gleich.		
	Z.	Gr.	′	Gr.	′	″	Gr.	′	″
1	0	11	32,95	1	1	46,6			
2	11	18	27	—	—	—	0	1	45,95
3	0	17	45	0	0	0,6			
4	7	8	41	0	0	10,9			
5	2	5	50	—	—	—	0	0	22,0
6	9	2	58	—	—	—	0	0	2,7
7	11	12	15	0	0	2,5			
8	11	24	39	0	0	0,3			
9	4	21	19	—	—	—	0	0	1,4
10	6	15	35	—	—	—	0	0	4,0
11	1	12	44	—	—	—	0	0	4,1
			Summen	+ 1	2	0,9	— 0	2	20,2

+ 59′ 40,7″
Nördliche ☽breite
zur Zeit der verbesserten ☌

Tafel XII.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der verbesserten ☌.

Arg.der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. Gr.	′	″	— Gleich. Gr.	′	″
1	11	28	40,43	—	—	—	0	7	9
2	0	0	25	0	0	4			
3	6	24	45	—	—	—	0	0	0,8
4	8	3	16	0	0	15,6			
5	4	7	51	—	—	—	0	0	19,0
6	0	12	37	0	0	0,6			
7	5	4	20	—	—	—	0	0	3,6
8	6	26	30	0	0	1,7			
9	3	25	49	—	—	—	0	0	2,0
10	8	5	0	—	—	—	0	0	13,6
11	4	9	36	—	—	—	0	0	4,6
Summen				+ 0	0	21,9	— 0	7	52,6

— 7′ 30,7″ Südliche ☽breite zur Zeit der verbesserten ☌.

Tafel XIII.

Für die stündliche Veränderung der ☽breite zur Zeit der ☌.

Arg.der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	0	11	32,95	2	55,1		
2	11	18	27	0	4,2		
Summe:				+ 2	59,3		

stündliche Veränderung der ☽breite, für 32′ 56″ Bewegung des ☽ in Orbita.

Die stündliche Bewegung des ☽ in Orbita = 37′ 31,6″ (§. 4. TafelVIII.) giebt ☽taf. 67: 1,14. (+2′ 59,3″) = + 3′ 24,4″ *stündliche Zunahme der nördlichen ☽breite* zur Zeit der ☌.

Tafel XIV.

Für die stündliche Veränderung der ☽breite zur Zeit der ☍.

Arg. der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	11	28	40,43	2	58,8		
2	0	0	25	0	4,3		
				+ 3	3,1		

Summe: stündliche Veränderung der ☽breite, für 32′ 56″ Bewegung des ☽ in Orbita.

Die stündliche Bewegung des ☽ in Orbita = 35′ 18,9″ (§. 4. Tafel VIII) giebt ☽taf. 67: 1,07. (+3′ 3,1″) = + 3′ 15,9″ *stündliche Abnahme der südlichen ☽breite* zur Zeit der ☍.

Tafel XV.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der wahren ☌.

1 St: 3′ 24,4″ (Taf. XIII) = 5′ 2″ (§. 4. Taf. IX): + 17,1″
Nördl. ☽breite zur Zeit der verbessert. ☌ = + 59′ 40,7
Tafel XI.

Summe = 59 57,8
Nördliche ☽breite zur Zeit der wahren ☌.

Tafel XVI.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der wahren ☍.

1 St.: 3′ 15,9″ (Taf. XIV) = 50′ 23″ (§. 4. Taf. IX): + 2′ 44,5″
Südl. ☽breite zur Zeit der verbesserten ☍ = — 7 30,7
Tafel XII.

Summe = 4 46,2
Südliche ☽breite zur Zeit der wahren ☍.

Tafel XVII.

Für die Horizontal-Parallaxe des ☽ unter dem Aequator, den ☉- und ☽ Halbmesser, und die ☉parallaxe zur Zeit der ☌.

Arg. der Läng. d. ☽ §. 3. Taf. IV.	+ Gleich. ′	″	— Gleich, ′	″
1	0	0,3		
2	—	—	0	0,7
3	—	—	0	0,8
4	—	—	0	0,1
5	0	31,8		
6	—	—	0	0,9
7	—	—	0	0,4
8	—	—	0	0,2
9	0	0,4		
10	0	0,8		
11	60	5,0		
12	0	25,2		
13	—	—	0	0,6
Summe:	+61	3,5	—0	3,7

60′ 59,8″ Horizont. Parall. d. ☽ unt. Aequator
giebt ☽taf. 52: ☽ Durchmesser = 33′ 14,7″
☽ Halbmesser = 16 37,35
Aus ☉taf. 27: Horizontalparall. der ☉ = 0 8
— §. 4. Tafel VII. ☉ Halbmesser = 15 46,9

Tafel XVIII.

Für die Horizontal-Parallaxe des ☽ unter dem Aequator, den ☉- und ☽ Halbmesser, und die ☉parallaxe zur Zeit der ☌.

Arg. der Läng. des ☽ §. 3. Taf. V.	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	—	—	0	0,3
2	0	0,7		
3	0	0,7		
4	—	—	0	0
5	0	11,0		
6	0	0,7		
7	—	—	0	0,1
8	0	0,2		
9	0	0,4		
10	—	—	0	1,3
11	58	30,0		
12	0	27,2		
13	—	—	0	0,4
Summen:	+59	10,9	—0	2,1

59′ 8,8″ Horizont. Parall. d. ☽ unt. Aequator
giebt ☽taf. 52: ☽ Durchmesser = 32′ 14,1″
☽ Halbmesser = 16 7
Aus ☉taf. 27: Horizontalparall. der ☉ = 0 9
— §. 4. Tafel VII. ☉ Halbmesser = 16 17,4

Die Neigung der relativischen Bahn des ☽, und die stündliche Bewegung des ☽ in seiner relativischen Bahn zu finden.

§. 7.

Noch eine Vorbereitungsrechnung für die ☉- und ☽finsternisse ist die Bestimmung der Neigung der relativischen Bahn des Mondes, und der stündlichen relativischen Bewegung desselben. Hiezu dienen folgende 2 Proportionen: I.) H — h : stündlichen Veränderung der ☽breite = Sin. tot. : Tang der relat. Neigung. II.) Cos der relat. Neigung : Sin. tot. = H -- h : stündlichen Bewegung des ☽ in der relativ. Bahn. Beyde Proportionen werden in der folgenden Taf. XIX. auf die zu berechnende ☉- und ☽finsternis angewendet. Das Complement der relativischen Neigung ist der *Winkel der ☽bahn mit dem Breitenkreise*, und dieser letztere ist {Westlich / Oestlich} wenn die ☽breite, sie mag Nördlich oder Südlich seyn, {zunimmt / abnimmt}.

Zur Zeit der ☌

I) H — h od. 35′ 0,5″ (§. 4. Taf. IX.): 3′ 24,4″ (§. 6. Taf. XIII.) = r: Tang. Neig. d. i.

2100,5″: 204,4″	=	r: Tang. Neig.
10 + log. 204,4	=	12,310 4809
— log. 2100,5	=	3,322 3227
Log Tang. Neig.	=	8,988 1582
die relativiſche Neig.	=	5° 33′ 29″
ſubtrahirt von		90 0 0
Wink. d. ☽bahn mit d. Breit. kr.	=	84 26 31 Weſtl.

II) Cos 5° 33′ 29″: r = 2100,5″:

10 + log. 2100,5	= 13,322 3227
— log. Cos 5° 33′ 29″	= 9,997 9534
Log. 2110,4″	= 3,324 3693

2110,4″ = 35′ 10,4″ d. i. die ſtündliche Bewegung des ☽ in der relativiſchen Bahn.

Zur Zeit der ☍.

I) 32′ 38,2″: 3′ 15,9″ (§. 6. Tafel XIV) = r: Tang. Neig. d. i.

1958,2″: 195,9″	=	r: Tang. Neig.
10 + log. 195,9	=	12,292 0344
— log. 1958,2	=	3,291 8570
Log Tang Neig.	=	9,000 1774
relativiſche Neig.	=	5° 42′ 46″
ſubtrahirt von		90 0 0
Wink. d. ☽bahn mit d. Breit. kr.	=	84 17 14 Oeſtl.

II) Cos 5° 42′ 46″: r = 1958,2″:

10 + log. 1958,2	= 13,291 8570
— log. Cos 5° 42′ 46″	= 9,997 8376
Log. 1968″	= 3,294 0194

1968″ = 32′ 48″ ſtündliche Bewegung des ☽ in ſeiner relativiſchen Bahn.

In den Mondfinsterniſſen

Den verbeſſerten Halbmeſſer des Erdſchattens zu finden.

§. 8.

Er iſt = Horizontal-Parallaxe des ☽ unterm Aequator + Horizontal-Parallaxe der ☉ — ☉ Halbmeſſer Horizontal-Par. d. ☽ unt. Aeq. + Horiz. Parall. d. ☉.

60

(Nach der gemeinen Beſtimmung ſetzt man ihn nur = Horiz. Par. d. ☽ unt. Aeq. + Hor. Par. d. ☉ — ☉ Halbm.)

Für die zu berechnende ☽finſterniſs 1797. Dec. 3. iſt demnach der verbeſſerte Halbmeſſer des Erdſchattens = 59′ 9″ + 9″ — 16′ 17″ + 59″ (§. 6. Taf. XVIII.) = 44′ 0″.

Regeln, nach welchen ſich beurtheilen läſst, ob ein Voll☽ ſicher eine ☽fi. mit ſich bringen, und von welcher Art dieſelbe ſeyn werde.

§. 9.

Regel 1. Wenn die ☽breite zur Zeit der wahren ☍ gröſser als die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ iſt; ſo wird keine ☽fi. ſich ereignen. Iſt die ☽breite der Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und ☽ gleich; ſo wird der Rand des ☽ den Erdſchatten blos berühren. Wenn hingegen der Abſtand der Mittelpunkte vom ☽ und Erdſchatten, oder die ☽breite kleiner als die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des

Mondes ist; so wird gewiss sich eine Mondfinsterniss ereignen, und dieselbe wird um so grösser seyn, je geringer die Breite des Mondes ist.

Regel 2. Wenn die ☽breite = Halbmesser des Erdschattens — ☽halbmesser; so wird die ☽finsterniss zwar gänzlich oder total, aber von keiner Dauer seyn.

Regel 3. Ist die Breite des ☽ < Halbmesser des Erdschattens — ☽halbmesser; so ist die ☽finsterniss *total mit einer Dauer*, und es entstehet eine desto längere Verdunkelung am Monde, je kleiner die Breite des Mondes als der erwähnte Unterschied ist. Hat der ☽ zur Zeit seiner wahren ☌ gar keine Breite, d. i. rückt sein Mittelpunkt genau durch den Mittelpunkt des Erdschattens; so wird die ☽finsterniss *central und von der grössten Dauer* seyn. Bey denjenigen centralen ☽finsternissen aber, die, wenn der ☽ Erdnah ist, sich ereignen, ist die Dauer am allergrössten.

Regel 4. Partiale ☽finsternisse ereignen sich, wenn die ☽breite > Halbmesser des Erdschattens — ☽halbmesser, aber < Halbmesser des Erdschattens + ☽halbmesser. Sie sind also um so grösser, je kleiner die ☽breite in Vergleichung mit der Summe der Halbmesser des Erdschattens und des Mondes ist.

Wendet man diese Regeln auf die ☽fin. 1797. Dec. 3 an, so findet sich *nach Regel 1*: Der verbesserte Halbmesser des Erdschattens + ☽halbmesser d. i. 44′ 0″ + 16′ 7″ = 60′ 7″ > 4′ 46″ ☽breite zur Zeit der wahren ☌; und *nach Regel 3*: 44′ 0″ — 16′ 7″ = 27′ 53″ > 4′ 46″ also die ☽fi. *total mit einer Dauer.*

Für die Sonnenfinsternisse

Den Winkel der Ekliptik mit dem Meridian; den Halbmesser der Erde, des Dhalbschattens und des wahren Schattens, die Abweichung und gerade Aufsteigung der Sonne zu finden.

§. 10.

Der Winkel der Ekliptik mit dem Meridian wird vermittelst der wahren Länge der ☉ zur Zeit der wahren ☌ = ☉ ♈ (§. 5. Tafel X.) aus der Berlin. Samml. astr. Tafeln, Band 1. ☉taf. 22 und 24 gefunden, und ergiebt sich demnach für die ☉fi. 1797. Jun. 24. folgendergestalt:

Arg. ☉′ = 3Z.	3°	29′	50″	giebt	☉taf. 24 giebt die scheinbare
☉taf. 22.	88	28	53	westl.	Schiefe der Ekliptik = 23° 27′ 58″
Verbesserung = +	0	0	0,6		Ebendies. ☉taf. 22 = 23 28 15
Winkel der =	88	28	53,6	We.	Unterschied = 0 0 17
Eklipt. mit dem Meridian, zur Zeit der wahren ☌					60″ : 2″ = 17″ : Correct. + 0,6″

§. 11.

Der Halbmesser der Erde ist = Horizontal-Parallaxe des ☽ unt. Aequator — Horizontal-Parallaxe der ☉.

Der Halbmesser des Mondhalbschattens ist = ☽halbmesser + ☉halbmesser.

Der Halbmesser des wahren Schattens ist = ☽halbmesser — ☉halbmesser.

Dem zu Folge ist für die ☉fi. 1797 Jun. 24 (§. 6. Taf. XVII)

d. Halbmesser der Erde = 60′ 59,8″ — 0′ 8″ = 60′ 52″;
d. Halbm. d. ☽halbschat = 16 37 + 15 47 = 32 24;
d. Halbm. d. wahr. Schat. = 16 37 — 15 47 = +0 50′

dies zeigt an, dafs der ☽ bey dieser ☉fi. die ☉ *total* bedecken kann.

§. 12.

Die {Abweichung / gerade Aufsteig} der Sonne zur Zeit der wahren ☌ ergiebt sich mit ☉v. aus der Berl. Samml. astr. Taf. Band 1. ☉taf. {21, 24 / 20, 24} folgendergestalt:

Arg.: ☉v. = 3Z. 3° 29′ 50″

Für die Abweichung der ☉	Für die gerade Aufsteig. der ☉
☉t. 21. {60″:59,8″ = 17″ (§. 10): Cor. 16,9″ / Abweich. der ☉ = 23° 25′ 28,3″ N}	☉t. 20 {60″: 1,8″ = 17″: Corr. -- 0,5″ / Reduktion = 0° 18′ 51,4}
Abweichung der 23 25 11 Nö. ☉ zur Zeit der wahren ☌.	Reduktion auf den Aeq. = +0 18 50,9 ☉v. = 3Z. 3. 29 50 Summe = 3 3 48 41 3Z. = 0 90 0 0 Gerade Aufsteigung = 93 48 41 der ☉ zur Zeit der wahren ☌.

Eine Projektion für eine Finsterniss zu verfertigen.

§. 13.

Die hiezu nöthigen *Elemente* nimmt man aus den vorhergehenden Rechnungen nach den astronomischen Tafeln, wie die Anordnung derselben in der nächstfolgenden Tafel XX zeigt. Hierauf verfertigt man sich einen *Maasstab*, der die Länge von 60′ hat, und vielfache oder einzelne Sekunden angiebt. Jeder sogenannte verjüngte Maasstab theilt die Minuten von 6 zu 6 Sekunden ein; ich will ihn also hier nicht verzeichnen, weil er sich in jedem mathematischen Reisszeug befindet. Fig. I; II; III und IV zeigen noch andere Einrichtungen, wie Maasstäbe zu gegenwärtiger Absicht eingetheilt werden können.

Tafel XX.

Elemente der Mondfinsterniſs den 4. Dec. 1797 Berliner Zeit.

Wahre Zeit des wahr. Vollm. §. 5 Taf. X.	5 U.	19′	49″ Früh
Wahre Breite des Mondes §. 6. Tafel XVI	4	46	Südl.
Halbmeſſer des Erdſchattens, verbeſſert §. 8	44	0	
Halbmeſſer des Mondes §. 6. Taf. XVIII.	16	7	
Summe der Halbm. des Erdſchatt. u. ☽ §. 9.	60	7	
Stündl. Beweg. des ☽ von der ☉ §. 7. Taf. XIX.	32	48	
Wink. d. ☽bahn mit d. Breitenk. §7. T. XIX.	84°	17	14 öſtl.
Unterſch. der Halbm. des Erdſchatt. u. ☽ §. 9.	27	53	

Beſchreibung des Entwurfs Fig. V. nach Tafel XX und einem Maaſsſtab von 4 zu 4 Sekunden.

§ 14.

1) Man ziehe auf einem Regalbogen die gerade Linie A B oder die Ekliptik.
2) Desgleichen die Perpendikularlinie DC, d. i. den Breitenkreis.
3) Auf dem Maasſtabe nehme man vermittelſt eines Zirkels den Halbmeſſer des Erdſchattens = 44 Minuten 0 Sekunden.
4) Und ziehe damit aus C den ganzen Kreis Q R.
5) Linker Hand oder bey A ſchreibe man Oſten, rechter Hand oder bey B Weſten, oben bey Q Norden, und unten bey D Süden.
6) Von dem Maasſtabe nehme man die wahre Breite des Mondes zur Zeit des Vollmonds = 4 Minuten 46 Sekunden, *Südlich.*
7) Und trage ſie auf die Linie DC, aus C in L, *unterwärts*, ſo wird L der wahre Ort des Mondes zur Zeit der Oppoſition ſeyn.

8) An den Punkt L trage man, vermittelst eines Transporteurs, den Winkel der Mondbahn mit dem Breitenkreise, der hier östl. ist, das ist, man mache den Winkel CLF = 84° 17′ 14″ östlich, und ziehe eine unbestimmte gerade Linie FLI; so ist dieselbe die Mondbahn zur Zeit der Finsternis.

9) Nun nehme man vermittelst des Zirkels auf dem Maasstabe die Summe der Halbmesser des Erdschattens und des Mondes = 60′ 7″, und indem man den einen Fuss des Zirkels in den Mittelpunkt C setzt, mache man mit dem andern Schenkel des Zirkels Einschnitte in F und I der Mondbahn.

10) So wird I der Ort des Mondes in seiner Bahn zur Zeit des Anfangs der Finsternis, und F der Ort des Mondes am Ende der Finsternis seyn.

11) Aus C falle man auf die ☽bahn F I, eine Perpendikularlinie CM, diese halbirt das Stück der ☽bahn F I.

12) Der Punkt M ist der Ort des Mondes im Mittel der Finsternis oder zur Zeit der grösten Verdunkelung.

13) Und das Stück der ☽bahn M L giebt die Zeit zwischen der Opposition in L und dem Mittel der Finsternis im M.

14) Mit dem Zirkel nehme man auf dem Maasstabe den Halbmesser des Mondes = 16 Minuten 7 Sekunden.

15) Und ziehe 3 Kreise aus den Mittelpunkten I, M, F, diese stellen die Mondscheibe vor: in I oder beym Anfange der ☽finsternis, in M der grösten Verdunkelung oder dem Mittel, und in F dem Ende der Finsternis.

Nun sind aus diesem Entwurfe die wahren Zeiten des Anfangs, Mittels und Endes der Dfinsterniss zu finden: Dieses geschiehet folgendergestalt:

16) Ausserhalb des Entwurfs ziehe man an einer Seite desselben eine gerade Linie so gross als die stündliche Bewegung des ☽ von der Sonne = 32 Minuten 48 Sekunden.

17) Theile sie in 60 gleiche Theile ein, und den 60sten Theil wieder in 4 kleinere Theile, wodurch man die Zeit von 15″ zu 15″ erhalten wird.

18) So kann man vermittelst dieses neuen Maases die Linien M L, M I und M F in Zeit bestimmen.

19) Die Gröfse der Finsternifs oder die gröste Verdunkelung am Monde zu finden, theile man den Durchmesser des ☽ = 32′ 14″, fürs erste in 12 gleiche Theile oder ekliptische Zolle; hierauf theile man den 12ten Theil, wenn es geschehen kann, in 60 Minuten, oder wenigstens in $\left\{\begin{matrix}4\\6\\8\end{matrix}\right.$ gleiche Theile, davon jeder $\left\{\begin{matrix}15\\10\\7\frac{1}{2}\end{matrix}\right.$ Minuten beträgt; so wird sich leicht hieraus die Gröfse H N der ☽finsternifs in ekliptischen Zollen und 60sten Theilen eines Zolles oder Minuten ergeben.

20) Verlangt man die Zeiten zu wissen, welche den Phasen der Immersion oder Emersion einzelner Zolle, oder bey totalen Mondfinsternissen der gänzlichen Immersion und Emersion, zu gehören; z. E. wenn der ☽, 1 Zoll, 2 Zoll, 3 Zoll, etc. verfinstert wird; so nimmt man

21) Für die Phasis von $\left\{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$ Zoll, mit dem Zirkel die Summe der Halbmesser des Erdschattens und des ☽ weniger $\left\{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$ Zoll; u. s. w.

22) Für die Immersion in E, den Halbmesser des Erdschattens weniger den Halbmesser des Mondes = 27′ 53″

23) Und macht aus C einen Durchschnitt auf der Bahn im Punkte { I / II / etc. / E } so wird { J I / J II / etc. / J E } auf dem neuen Maasse gemessen, die Zeit anzeigen, welche seit dem Anfange der Finsternis bis zur { Verdunkel. eines Zolles / — von 2 Zoll / — — etc. / Immersion } verflossen ist.

24) Auf eine ähnliche Art werden die Emersionen bestimmt.

25) Aus d. Zeichn. erg. sich also in Zeit: ML = 50″
Die halbe Dauer der Finsternis MI = MF = 1 St. 49′ 0″
Die Gröfse der Finsternis HN = 20 Zoll 37′
Die halbe Dauer der total. Fi. ME = MG = 0 St. 50′ 0″
J I = F I = 0 5 0
J II = F II = 0 10 0

26) Weil nun nach Tafel XX, ☽ in L den 4. Dec. 5 Uhr 19′ 49″ früh; so findet sich für diese totale Finsternis:

	Uhr	′	″		Uhr	′	″
Anfang	3	31	39	Emersion	6	10	39
1 Zoll verfinstert	3	36	39	11 Zoll verfinstert			
2 — —	3	41	39	10 — —			
3 — —				9 — —			
4 — —				8 — —			
5 — —				7 — —			
6 — —				6 — —			
7 — —				5 — —			
8 — —				4 — —			
9 — —				3 — —			
10 — —				2 — —	6	59	39
11 — —				1 — —	7	4	39
Immersion	4	30	39	Ende	7	9	39
Mittel	5	20	39				

Nach dem vorhergehenden Entwurfe Fig. V. die Mondfinsternifs zu berechnen.

§. 15.

1) *ML zu finden*, ist in dem Dreieck CLM bekannt

CL = 4′ 46″ Dbreite
CLM = 84° 17′ 14″ Compl. d. Neigung
M = 90 0 0
LCM = 5 42 46 Neigung

Also CL : ML = 1 : Cos CLM od. Sin. LCM
d. i. 4′ 46″ : ML = 1 : Sin. 5° 42′ 46″
dies giebt ML″ = 286″ Sin. 5° 42′ 46″
= 28,5 { in Theilen des Kreises, und vermöge der Proportion: 32′ 48″ : 1 St. = 28,5″ : = 52″ in Zeit } add.
☌ ☉ ☽. Dec. 4. um 5 U. 19′ 49″ fr. in L
Mittel der ☽fi: 5 20 41 fr. in M. Berlin. Uhr.

2) *CM zu finden*, hat man in dem rechtwinklichten Dreieck CML, vermittelst des Pythagorischen Lehrsatzes

$CM^2 = CL^2 - ML^2$
$= (CL + ML)(CL - ML)$
$= (286'' + 28{,}5'')(286'' - 28{,}5'')$
$= 314{,}5 \cdot 257{,}5$
2. log. CM = log. 314,5 + log. 257,5
CM = 284,57″ d. i. *der kürzeste Abstand der ☽bahn vom Mittelpunkte des Erdschattens.*

3) MI = MF d. i. die halbe Dauer der ☽finsternifs zu finden, ist in dem bey M rechtwinklichten Dreyeck CMI oder CMF nach dem Pythagorischen Lehrsatz:
$MI^2 = MF^2 = CI^2 - CM^2 = (CI + CM) \times$

(CI — CM) = (Halbm d.Erdsch.+☽halbm.+kürz. Abst.)X
(Halbm. d.Erdsch.+☽halbm.–kürzest.Abst.)
= (60′ 7″ + 284,57″) (60′ 7″ — 284,57″)
= (3607″ + 284,57″) (3607″ — 284,57″)
= 3891,6″ . 3322,4″

2. log. MI = log. 3891,6 + log. 3322,4
MI = 3595,8″ {in Theilen des Kreises, und vermittelst der Proportion 32′ 48″ : 1 St. = 3595,8″:
= 1 St. 49′ 38″ halbe Dauer d. ☽fi.

Mittel um 5 U. 20 41 früh aus Num. 1.

Anfang der ☽fi: Dec. 4. 3 31 3 fr. in I Berl. Uhr
Ende — — — 7 10 19 fr. in F .
Dauer — — — 3 St 39 16

4) Anfang und Ende der totalen Verdunkelung, oder die Immersion und Emersion zu bestimmen, hat man
$ME^2 = MG^2 = CE^2 - CM^2$ =
= (CE + CM) (CE — CM)
= (Halbm.d.Erdsch.–☽halbm.+kürz.Abst.)X
(Halbm. d. Erdsch.–☽halbm.–kürz.Abst.)
= (27′ 53″+284,57″) (27′ 53″ — 284,57″)
= 1957,6 . 1388,4
ME = 1648,6″ {in Theilen des Kreises, und vermöge 32′ 48″ : 1 St = 1648,6″:
ME = 0 St. 50′ 16″ halbe Dauer der totalen ☽finst.

Mittel um 5 20 41 früh aus Num. 1.

Immersion: Dec. 4 4 30 25 fr. in E Berl. Uhr
Emersion — 6 10 57. fr. in G.
Dauer der tot. Verdunk. 1 St. 40 32.

5) Die *Grösse der ☽finsterniss* giebt
HN = CN + CH = CN + MH — MC
= Halbm.d.Erdsch.+☽halbm.–kürz.Abst.
= 3322,4″ {aus Num. 3, und vermöge 16′ 7″ : 6 Zoll = 3322,4″:
= 20 Zoll 36′

Tafel XXI.

Elemente der ☉finsterniſs den 24 Junius 1797 Leipziger Meridian.

Wahre Zeit des wahren Neu☽. §. 5. Taf. X. 1797. Jun. 24. 5 Uhr		15′	23″ Abends.
☉halbmeſſer. §. 6. Tafel XVII.		15	47
Nördliche ☽breite. §. 6. Tafel XV		59	58
Stündliche Zunahme der Nördlichen ☽breite. §. 6. Tafel XIII		3	24
Horizontal-Parallaxe des ☽ unterm Aequator. §. 6. Taf. XVII		61	0
☽halbmeſſer. §. 6. Tafel XVII		16	37
Horizontal-Parallaxe der ☉. §. 6. Tafel XVII		0	8
Stündliche Bewegung des ☽ von der ☉. §. 7. Tafel XIX		35	10,4
Winkel der Ekliptik mit dem Meridian. §. 10.	Weſtl. 88°	28	54
Halbmeſſer der Erde. §. 11.		60	52
Halbmeſſer des ☽halbſchattens. §. 11.		32	24
Abweichung der ☉. §. 12.	Nördl. 23	25	11
Relativiſche Neigung. §. 7. Tafel XIX	5	33	29

Projektion der ☉ finſt. den 24. Jun. 1797 für die Erde überhaupt. Fig. VI.

§. 16.

1) Man nimmt von dem Maaſsſtabe von 4 zu 4 Sekunden, den Halbmeſſer der Erde = 60′ 52″
2) Beſchreibt damit aus C den Halbkreis D L E
3) Und zieht den Theil der Ekliptik oder die gerade Linie D C E.
4) Bey D ſchreibt man Weſten, bey E Oſten
5) Und zieht den Breitenkreis L C ſenkrecht auf D C E.
6) Nach L liegt der Nordpol der Ekliptik, und nach der entgegengeſetzten Gegend C ihr Südpol.
7) Nun trägt man die Nördliche ☽breite = 59′ 58″ von C aus, auf die Linie L C, nach o
8) Und die ſtündliche Zunahme der Nördlichen ☽breite = 3′ 24″ von o aus, in der Linie L C, aufwärts bis n
9) Zieht alsdann an n eine gerade Linie ſo gegen Oſten, daſs ſie ſenkrecht auf L C ſteht
10) Und trägt die ſtündliche Bewegung des Mondes von der Sonne = 35′ 10″ von o aus bis zu dem Punkt p der vorigen ſenkrechten Linie, die nun n p iſt.
11) So iſt die durch die Punkte o und p gezogene gerade Linie A o p B die relativiſche ☽bahn in ihrer richtigen Lage gegen die Ekliptik D C E.
12) Bey o ſchreibt man die wahre Zeit des wahren Neumonds 5 Uhr 15′ Nachmittags, zu Leipzig
13) So ſteht der ☽ in p um 6 Uhr 15′
14) Nun trägt man o p, ſo oft es auf der Mondbahn angeht, von o nach A und B fort, ſo zeigt ſich der Ort des ☽ von Stunde zu Stunde,
15) Eine jede Stunde wird alsdann in Minuten, und ſo die ganze ☽bahn in Zeit von 5 zu 5 Minuten wie hier in der Fig. oder von Minute zu Minute, eingetheilt.

16) Hierauf beschreibt man aus der Dbahn in {A / B} mit dem Halbmesser des Dhalbschattens = 32′ 24″ einen Kreis, welcher die Erdoberfläche, d. i. den Kreis D L E, in {r / t} berühret; oder nimmt {CA / CB} = Cr + r A = Halbmesser + Halbmesser des Dhalbschattens = 60′ 52″ + 32′ 24″ = 93′ 16″.

17) So zeigt der Punkt {A / B} auf der Dbahn die Zeit an, da die Erdfinsterniss {anfängt / zu Ende ist} nach Leipziger Uhr um {3 Uhr 3′ Abends. / 7 — 7. —}

18) Der Punkt e in dem Projektionskreise D L E und der Dbahn A B zeigt auf letzterer die Zeit an, wenn nach Leipziger Uhr die totale ⊙finsterniss irgendwo auf der Erde anfängt: um 4 Uhr 45′ Ab.

19) Fällt man aus dem Mittelpunkt C auf die Dbahn A B ein Perpendikel C d, so zeigt der Punkt d auf der Dbahn die Zeit des Mittels der ⊙finsterniss an: um 5 Uhr 5′ Ab.

20) Die kürzeste Entfernung der Mittelpunkte von ⊙ und D = Cd = 59′ 40″ lässt sich von dem angenommenen Maasstab abnehmen; oder auch folgendergestalt durch Rechnung finden: der Winkel dCo = npo = relativ. Neigung: 5° 33′ 29″; und in dem rechtwinkl. △ dCo verhält sich Co: Cd = 1: Cos dCo woraus sich ergiebt: Cd = Co. Cos dCo = 3598″. Cos 5° 33′ 29″ = 59′ 41″.

21) Aus d beschreibt man mit dem Halbmesser des Dhalbschattens = 32′ 24″ einen Kreisbogen Q R S, dieser zeigt den Dhalbschatten auf der Erdoberfläche für das Mittel der ⊙finsterniss.

22) In h wo die Dbahn A B aus dem Projektionskreise D L E wieder herausgeht, ist das Ende der totalen

⊙finsternifs für die Erde überhaupt, nach Leipziger Uhr um 5 Uhr 25′ Ab.

23) e h = 0 St. 40′ ist die Dauer der totalen ⊙finsternifs, und

24) A B = 4 St 4′ ist die ganze Dauer der ⊙finsternifs.

§. 17.

1) Man verzeichnet nun den Winkel D C M = 88° 29′ gegen Westen, so stellt die gerade Linie M C den Meridian der ⊙ vor.

2) Alsdann verfertigt man sich einen 1000 theil. Maafsstab P, dessen Länge = C E oder C D, d. i. so grofs als der Erdhalbmesser = 60′ 52″.

3) Da die ⊙ eine Nördliche Abweichung = 23° 25′ hat, so ist der Abstand der ⊙ vom Nordpol = 66° 35′; und Sin 66° 35′ = 918 den Halbmesser = 1000 gesetzt.

4) Von dem Maafsstab P, 918 genommen, und von C Nordwärts auf MC getragen, ergiebt sich der Punkt Y, welches der Nordpol ist.

5) Endlich misset man die Winkel: { MCr = 54°, MCe = 15, MCd = 4, MCh = 7, MCt = 46 } und den Bogen Cd auf dem 1000theil. Maafsstab P, schlägt die gefundene Zahl für Cd = 982 in den Sinustafeln auf, so steht dabey der gesuchte Bogen Cd = 79°.

Berechnung der ⊙finstern. den 24. Jun. 1797 für die Erde überhaupt, nach Fig. VI.

§. 18.

Das was in §. 16 von Num. 16 bis 24 durch Zeichnung gefunden worden ist, auch durch Rechnung zu bestimmen, verfährt man also: Man sucht

1) Die Linie $od = r\sqrt{(Co^2 - Cd^2)}$

$= r\sqrt{(Co + Cd)\ (Co - Cd)}$

$= r\sqrt{(3598'' + 3581'')(3598'' - 3581'')}$

$= r\,7179.\,17 = 349,\,34''$

$= 0^\circ\ 5'\ 49,\,34''$ { in Bogen, und vermittelst der Proportion: 35′ 10,4″ : 1 St. = 5′ 49,34″ :

$=$ 0 St. 9′ 56″ in Zeit.

2) Um das Mittel der ⊙fi. in d zu finden, subtrahirt man die Zeit od d. i. 0 St. 9′ 56″ von der Zeit des wahren Neumonds in o, d. i. von 5 Uhr 15′ 23″ Ab. Leipziger Uhr; so bleibt 5 Uhr 5′ 27″ Ab. für das *Mittel* der Erdfinsternifs.

3) Dauer AB, Anfang in A, und Ende in B zu finden, ist

$dA^2 = dB^2 = AC^2 - Cd^2$

$= (AC + Cd)\ (AC - Cd)$

$= (93'\ 16'' + 59'\ 41'')\ (93'\ 16'' - 59'\ 41'')$

$= 9177''\ .\ 2015''$

$dA = dB =$ 1° 11′ 40,2″

$=$ 2 St. 2′ 15″

2. $dA = AB =$ 4 4 30 *Dauer* der Erdfinst.

Mittel $\left\{\begin{matrix}-\,dA\\+\,dB\end{matrix}\right\}$ = 3 U. 3′ 12″ Ab. *Anfang* der Erdfinſt.
= 7 742 — *Ende.*

4) Der totalen Verdunkelung Dauer eh, Anfang in e, und Ende in h ergiebt ſich folgendergeſtalt:

$de^2 = dh^2 = Ce^2 - Cd^2 = (Ce+Cd)\,(Ce-Cd)$
$= 7233'' \cdot 71''$
$de = dh = 0^{\circ}\,11'\,56{,}62'' = 0\,St.\,20'\,22''$
$2.de = eh = 0\,St.\,40'\,44''$ *Dauer* der *totalen* ⊙finſt.

Mitt. $\left\{\begin{matrix}-de\\+dh\end{matrix}\right\}$ = 4 U. 45 5 Ab. *Anfang* — —
= 5 2549 — *Ende* — —

Die geographiſche Lage der Oerter r, e, h, t, d, Fig. VI. durch Rechnung zu beſtimmen.

§. 19.

Den Ort auf der Erde, r, zu finden, der zu allererſt beym Aufgang der ⊙, die ⊙finſterniſs wahrnehmen wird.

1) Das Dreieck dCA, welches dA zu finden gedient hat, wird ebenfalls gebraucht werden können, den Winkel dCA zu finden, wenn man ſetzt:

CA : Cd = 1 : Cos dCA
d.i. 5596″ : 3581″ = 1 : Cos dCA
10 + log 3581 = 13, 554 0043
— log 5596 = 3, 747 8777

log. Cos dCA = 9, 806 1266
dCA = 50° 12′ 50″

2) Die Summe dieſes Winkels dCA, und des Winkels MCd, welchen der allgemeine Meridian MYC mit Cd, dem Perpendikel auf der ☽bahn, macht, giebt den Winkel MCr, d. i.

dCA + MCd = MCr dessen Maafs der Bogen Mr des Projektionskreises ist. Um also die Gröfse des Winkels MCr zu erhalten, mufs man, auffer dCA, noch den Winkel MCd wissen, und dieser ergiebt sich so:

$$MCd = MCD - DCd$$
$$= 88^\circ\ 28'\ 54'' - 84^\circ\ 26'\ 31''$$
$$= 4^\circ\ 2'\ 23''$$

Demnach:

$$MCr = 50^\circ\ 12'\ 50'' + 4^\circ\ 2'\ 23''$$
$$= 54^\circ\ 15'\ 13'' = \textit{Bogen}\ Mr.$$

Diesen Winkel MCr kann man auch, wie §. 17. Num 5 geschehen ist, in der Projektion messen, um zu sehen, ob dieselbe gut mit der Rechnung übereinstimmt.

3) In dem sphärischen Dreieck MYr, das in M rechtwinklicht ist, sind also Mr und YM *die Abweichung der* ⊙ = 23° 25′ 11″ bekannt; hieraus läfst sich die Hypothenuse Yr und der Winkel MYr durch folgende Formeln finden, beyde gesuchte Stücke sind nach den Regeln der sphärischen Trigonometrie, hier spitzig oder < 90°.

LogCosYr = logCos YM + logCosMr · 10			
log Cos 54° 15′ 10″	=	9,766	5692
+ log. Cos 23 25 10	=	9,962	6628
log Cos Yr	=	9,729	2320
Yr	=	57°	35′ 0″
Abstand des Orts r vom Nordpol. subtrah. von		90	0 0
Nördliche Breite des Orts r.		32	25 0

Log Tang MY r = 10 + log tang Mr − log Sin YM.			
10 + log tang 54° 15′ 10″	=	20,1427740	
− log Sin. 23 25 10	=	9,599 2927	
log. Tang. MYr	=	10 543 4813	
MYr	=	74° 2′ 0″	
	+	180 0 0	
Stundenwinkel des Orts r.		254 2 0	

4) Setzt man Paris um 40′ 4″ in Zeit westl. von Leipzig, so wird der Anfang der Erdfinsternifs in r, nach Pariser Uhr, um (3 U. 3′ 12″ Ab. §. 18. Num. 3 — 40′ 4″) d. i. um 2 Uhr 23′ 8″ Ab. seyn, welche 2 St. 23′ 8″ nach der Berlin. Samml. astr. Taf. Band I. ⊙tafel XXX. in Theile des Aequators verwandelt 35° 47′ für den *Stundenwinkel zu Paris* geben. Werden nun

von diesem letztern 20° subtrahirt, so bekömmt man den *Stundenwinkel unter dem 1sten Meridian* = 15° 47', der endl. vom Stundenw. des Orts r (Num. 3) = 254 2 subtr.

die *Geograph. Länge des Orts r* = 238 15 giebt

§. 20.

Auf eine ähnliche Art findet man die geographische Länge und Breite des Orts { e / h / t } welcher

{ den Anfang der totalen ⊙finst. beym Aufgang der ⊙ / das Ende der totalen ⊙finst. beym Untergang der ⊙ / das völlige Ende der ⊙finst. beym Untergang der ⊙ }

wahrnehmen wird. Zur Erläuterung will ich aber doch noch die Rechnungen dafür hersetzen.

Rechnung für den Ort e.

C e : C d = 1 : Cos dCe
d.i. 3652 : 3581 = 1 : Cos d C e
d C e = 11° 19' 0"
† M C d = 4 2 23 §. 19. Num. 2.

M C e = 15 21 23 = *Bogen* Me.
Y M = 23 25 11 §. 19 Num. 3.
Y e < 90
M Y e < 90.

Log Cos Ye = log Cos Y M † log Cos Me — 10; Ye = 27° 46' 0" *Abstand des Orts e vom Nordpol*
subtrah. von 90 0 0

Nördliche Breite des Orts e. 62 14 0

Log Tang M Y e = 10 † log Tang Me — log Sin Y M
M Y e = 34° 38' 30"
† 180 0 0

Stundenwinkel des Orts e 214 38 30

Anfang der tot. Erdfi. in e, Leipz. Uhr, um
4U. 45′ 5″ Ab. § 18 N. 4.
Mittagsunterfch. zwifchen Paris
und Leipzig — 40 4

Anfang der total. Erdfi. nach Pa-
rifer Uhr, um 4 5 1 Abends.
4 St. 5′ 1″ betragen in Theilen
des Aequat. 61° 15′ 15″ *Stundenwin-*
kel zu Paris.
— 20 0 0

Stundenwinkel unter dem 1ſten
Meridian = 41 15 15 ſubtr. vom
Stundenwinkel des Orts e = 214 38 30

Geographiſche Länge
des Orts e = 173 23 15

Rechnung für den Ort h.

dCh = eCd = 11° 19′ 0″
— MCd = 4 2 23

MCh = 7 16 37 = *Bog. Mh.*
YM = 23 25 11
Yh < 90
MYh < 90

logCosYh = logCosYM + logCosMh — 10
Yh = 24° 27′ 50″ *Ab-*
ſtand des Orts
h vom Nordpol
ſubtr. von 90 0 0

Nördl. Breite 65 32 10
des Orts h.

Log tang MYh = 10 + log tang M h — log Sin YM
MYh = 17° 48′ 50″
ſubtrahirt von 180 0 0

Stundenwinkel des 162 11 10
Orts h

Ende der total. Erdfi. in h, nach Leipzig. Uhr			5U. 25′ 49″	Ab. §. 18 N. 4
Reduktion auf Paris:			— 40 4	
Ende der tot. Erdfi. Pariſer Zeit		4	45 45	Abends.
Stundenwinkel zu Paris:		71°	26 15	
		—20	0 0	
Stundenwinkel unterm iſten Meridian		=51	26 15	ſubtr. vom
Stundenwinkel des Orts h		=162	11 10	
Geographiſche Länge des Orts h		=110	44 55	

Rechnung für den Ort t.

d CB = ∡ CA = 50° 12′ 50″ §. 19 Nu. 1	log Cos Yt = log Cos YM + log Cos Mt — 10
∡ MCd = 4 2 23 - - - 2	Yt = 50° 33′ 0″ *Abſtand des Orts t vom Nordpol.*
M C t = 46 10 27 = *Bog. Mt.*	ſubtr. von 90 0 0
Y M = 23 25 11	*Nördl. Breite des Orts t.* 39 27 0
Y t < 90	
M Y t < 90	

Log Tang M Y t = 10 + log tang M t — log Sin Y M

M Y t =	69°	7′	10″
ſubtrahirt von	180	0	0
Stundenwinkel des Orts t	110	52	50

Ende der Erdfinſterniſs in t, nach
Leipzig. Uhr 7U. 7′ 42″ Ab. §. 18 N. 3
Reduktion auf Paris: — 40 4

Ende der Erdfi. in Pariſer Zeit 6 27 38 Abends.
Stundenwinkel zu Paris: 96° 54 30
—20 0 0

Stundenwinkel unterm iſten Meridian = 76 54 30 ſubtr. vom
Stundenwinkel des Orts t = 110 52 50

Geographiſche Länge des Orts t = 33 58 20

Die Länge und Breite des Orts d zu finden, wo zur Zeit des Mittels der Erdfinſterniſs, die ⊙ total verfinſtert erſcheint.

§. 21.

1) Die gerade Linie C d in der Projektion ſtellt einen Bogen des Kreiſes der Erdfläche vor, von dem ſie die Projektion iſt, und der zwiſchen dem Punkte C der ſenkrecht unter der Sonne liegt, und dem in d projizirten Punkte der Erdfläche enthalten iſt. Da nun bekanntermaaſsen die Bögen vom Mittelpunkte der Projektion, ihre Sinus zur Projektion haben; ſo kann man um den Bogen der Erdfläche, der zu Cd gehört, zu erhalten, folgende Proportion anſetzen: *Der Halbmeſſer der Projektion, in Sekunden ausgedrückt, verhält ſich zum Sinus totus, wie das Perpendikel Cd, zum Sinus des dazu gehörigen Bogens Cd der Erdfläche*;

d. i. 3652″ : 1 = 3581″ : Sin Cd
dies giebt Cd = 78° 41′ 0″

2) Nun läſst ſich das Kugeldreieck YCd auflöſen worinn 2 Seiten nebſt dem eingeſchloſſenen Winkel be-

kannt sind, nemlich Bogen C d = 78° 41′ 0″
C Y = 66 34 49 Compl Decl. ☉
Y C d = 4 2 23 §. 19. Nu. 2.

Aus diesen 3 gegebenen Dingen muss aber die Seite Y d und der Winkel C Y d gesucht werden. Vermittelst der Seite Y d und des Winkels M Y d = 180° — C Y d wird endlich die Breite und Länge des Orts d auf eben die Art wie §. 19 oder 20 die Lage des Punkts r oder e gefunden.

3) Das Dreieck Y C d aufzulösen, dienen folgende Formeln:

Num. I. Y d zu finden.

Tang I Segment = Cos 4° 2′ 23″. Tang 78° 41′
II Segment = 66° 34′ 49″ — I Segment

$$\text{Cos Y d} = \text{Cos } 78^\circ\ 41' \cdot \frac{\text{Cos II Segment}}{\text{Cos I Segment}}$$

Num. II. C Y d zu finden.

Mit dem in Num. I gefundenen I und II Segm. ergiebt sich

$$\text{Tang C Y d} = \text{Tang } 4^\circ\ 2'\ 23'' \cdot \frac{\text{Sin I Segment}}{\text{Sin II Segment}}$$

Rechnung nach diesen Formeln.

Num. I giebt I Segment = 78° 39′ 20″
subtrahirt von 66 34 49

Log Cos II Segment = Log Cos − 12 4 30 = 9,990 2832
+ Log Cos 78 41 0 = 9,292 7685
Summe = 19,283 0517
— log Cos I Segment = log Cos 78 39 20 = 9,293 8193
Log Cos Y d = 9,989 2324
Y d = 12° 42′ 20″

Num. II giebt, da in Num. I: I Segment = 78° 39′ 20″
II Segment = — 12 4 30
den gesuchten Winkel CYd = 180° — 18° 18′ 40″
also nach Num. 2: MYd = 18° 18′ 40″

4) Aus Yd = 12° 42′ 20″ und MYd = 18° 18′ 40″ ergiebt sich nunmehro die Breite und Länge von d folgendergestalt:

Für die Breite.	*Für die Länge.*
90° 0′ 0″	MYd = 18° 18′ 40″
— Yd = 12 42 20	+ 180 0 0
Nördl. Breite des Orts d 77 17 40	*Stundenw. von d* = 198 18 40
	Mittel der Erdfl. Leipz. §. 18. Nu. 2. 5 U. 5 27 Ab.
	Reduktion auf Paris: — 40 4
	Mittel der Erdfl. Pariser Zeit: 4 25 23 Ab.
	Stundenw. für Paris: 66° 20 45
	— 20 0 0
	Stundenwinkel unt. ısten Meridian: 46 20 45
	subtr. vom Stundenw. des Orts d: 198 18 40
	Geographische Länge des Orts d = 151 57 55

Orthographische Projektion der ⊙finsterniss den 24. Jun. 1797 für Leipzig insbesondere, um die Zeit und Gröfse derselben daselbst zu finden. Fig. VI.

§. 22.

1) Man nimmt die Polhöhe von Leipzig = 51° 19′ 41″ Nördl. und Sin 51° 20′ = 781.

2) {Addirt dazu / Subtrahirt davon} die Abweichung d. ⊙ = 23° 25′ 11″

so ist die Summe = 74° 44′ 52″; Sin 74° 45′ = 965 und der Unterschied = 27 54 30; Sin 27 55 = 468

3) Hierauf nimmt man Sin 74° 45′ d. i. 965 von dem 1000theil. Maasstab P, und trägt solchen von C nach w.

4) Alsdann auch Sin 27° 55′ d. i. 468 und trägt ihn von C nach XII.

5) C x macht man = Sin 51° 20′ d. i. 781 nach dem 1000theil. Maasstab P.

6) Man zieht b a durch x, senkrecht auf M R

7) Halbirt XII w in m

8) Zieht durch m eine gerade Linie VI m VI, parallel mit b a

9) Und macht VI m VI = b a

10) So ist VI m VI die grofse Axe / und XII w die kleine Axe } einer Ellipse auf der Erdoberfläche, welche Leipzig bey der Umwälzung der Erde von Westen nach Osten, oder von D nach E, zu beschreiben scheint.

Diese Ellipse zu verzeichnen und in Stunden einzutheilen

11) Beschreibt man aus m mit dem Halbmesser m VI den ganzen Kreis VI y VI

12) Und mit m XII einen kleinern Kreis.
13) Nun theilt man jeden Halbkreis in 12 gleiche Theile, also den ganzen Kreis in 24 Theile
14) Zieht Linien wie 3, 9; 4, 8; 5, 7 aus den Theilungen in VI y VI des gröfsern Kreifes fenkrecht auf dem Durchmeffer VI m VI
15) Und bemerkt, wo diefe von andern, durch die ähnlich liegenden Theilungspunkte wie 3, 9, 4, 8, 5, 7, des kleinern Kreifes fenkrecht auf dem Durchmeffer w m XII ftehenden Linien durchfchnitten werden
16) So ergeben fich da die Punkte für die Stunden, und durch fernere Theilungen für Minuten, welche zufammen gezogen, die durch VI, XII, VI, w, VI gehende Ellipfe formiren, von welcher hier nur das nöthige Stück III, IV, V, VI, VII, VIII, IX St. verzeichnet ift, weil die ⊙finfterniis in den Abendftunden einfällt.
17) Die Stunden zur Linken von MCR find Morgenftunden, und zur Rechten von MCR Abendftunden.

Eine neue Zeichnung nach Fig. VII.

18) Aus C befchreibt man die Sonne mit ihrem Halbmeffer $= 15' 47''$
19) Nach E fällt Often, und nach D Weften.
20) J C ift ein um 5 Uhr durch diefen Mittelpunkt der ⊙ gehender Vertikalkreis, welcher nach Fig. VI, CV ift, und daffelbft mit dem Meridian der Sonne MC einen Winkel MCV macht, fo dafs diefer Meridian weftwärts liegt.
21) Es kann alfo durch Abtragung diefes Winkels der Meridian MC in Fig. VII gezogen werden.
22) Mit MC macht die Ekliptik weftlich einen Winkel von 88° 29′
23) Daher läfst fich nun auch in Fig. VII die Ekliptik ECD in ihrer Lage gegen den Weithorizont ziehen.
24) Alsdann verzeichnet man hieher die Bahn AB aus Fig. VI folgendermaafsen:

25) Man nimmt aus Fig. VI die Linie des Meridians MC, von C bis an die Dbahn, d. i. Cz, und trägt sie in die Fig. VII von C aus, aufwärts, auf den Meridian MC in q

26) Trägt dann aus Fig. VI den Winkel ab; den die Dbahn AB mit dem Meridian MC macht

27) Bemerkt zugleich in Fig. VI die Gegend, Westen oder Osten, nach welcher dieser Winkel zu liegt

28) Und setzt ihn an q in die Zeichnung Fig. VII nach eben der Gegend; so wird sich daselbst die Dbahn AB ziehen lassen.

29) Nun trägt man auf diese Dbahn AB aus Fig. VI noch die drey Zeiten über: 5 Uhr, 6 Uhr und 7 Uhr Abends.

30) Alsdann werden für die 2 Zeiten 6 Uhr und 7 Uhr Ab. 2 Vertikalkreise durch C gezogen, und dieses geschiehet folgendergestalt:

31) Man zieht gerade Linien in Fig. VI von dem Mittelpunkt C nach VI Uhr und VII Uhr Abends in der Ellipse; solche Linien sind allezeit Vertikalkreise, und geben zugleich den Winkel MCVI und MCVII, den der Meridian MC mit dem durch C gehenden Vertikal macht.

32) Nun trägt man diese 2 Winkel MCVI und MCVII aus Fig. VI in Fig. VII über; sie kommen hier beyde östlich des Meridians MC zu liegen, oder letzterer liegt westwärts von denselben weg.

33) Hierauf werden aus den 3 Zeiten: {V Uhr Abends / VI — — / VII — —} in der Dbahn AB der Zeichnung Fig. VII drey Vertikallinien parallel mit den drey Vertikalkreisen durch C, neml. mit {JVC / VIC / VIIC} so wie die Zeiten zusammen gehören, herunterwärts gezogen; dies giebt; Parallel mit Vertikal um {5 / 6 / 7} Uhr.

34) Die Gröfse der Höhenparallaxe des Mondes wird nunmehro für einen jeden dieser drey Zeitpunkte aus Fig VI genommen; neml. die Linien daselbst: CV, CVI und CVII, welche von C aus bis zu den Zeiten { V Uhr Ab. / VI — — / VII — — } in der Ellipse, gezogen werden, geben die jedesmalige Höhenparallaxe an.

35) Diese Höhenparallaxe wird alsdann in der Zeichnung Fig. VII von der wahren ☽bahn AB aus in den gezogenen Vertikallinien heruntergetragen, so wie die Parallaxen und Zeiten zusammengehören.

36) So ergeben sich drey scheinbare Oerter des Mondes V^St. VI^St. VII^St. und durch dieselben läfst sich die scheinbare ☽bahn γ f h ziehen

37) Auf welcher sich nunmehro nach Anweisung in meiner *Darstellung der neuen Methode des du Sejour* ☉- *und* ☽*finst. für einen gegebenen Ort analytisch zu berechnen* Seite 58. Num. 26 für *Leipzig* ergiebt:

Anfang	in γ,	um 5	Uhr 32′	Ab.
Mittel	in f,	— 6	— 19	
Ende	in h,	— 7	— 2	
Dauer	γ h,	— 1 St.	30	

38) Endlich findet sich die *Gröfse* = 5 ½ Zoll der Finsternifs für Leipzig, am nördl. Theil der ☉, nach Anweisung ebendaselbst.

Berechnung der ⊙finsterniſs den 24. Jun. 1797 für Leipzig nach Tobias Mayer. Oper. inedit. pag. 25 etc.

§. 23.

Mayers Methode, eine Sonnenfinsterniſs für einen gegebenen Ort zu berechnen, ist in 9 *Regeln* enthalten; jede Regel werde ich sogleich mit den nöthigen Erläuterungen und Rechnungen begleiten.

Regel 1.

Es muſs der Tag und die Stunde nur ohngefähr bekannt seyn, da sich eine Finsterniſs ereignen wird. Alsdann setzt man drey Zeiten, die gleich weit von einander entfernt sind, der Wahrscheinlichkeit nach so, daſs die eine dem Anfange, die andere dem Mittel, und die dritte dem Ende der Sonnenfinsterniſs am nächsten kommt. Für diese Zeiten wird aus den astronomischen Tafeln die wahre Länge der Sonne und des Mondes, desgleichen die Breite, der Horizontal-Halbmeſſer und die Aequatoreal-Parallaxe des Mondes berechnet.

Die drey Zeitmomente sollen um 50′ von einander entfernt, und $\left\{\begin{array}{lll} 5 & \text{Uhr } 15' & \text{Ab.} \\ 6 & 5 & — \\ 6 & 55 & — \end{array}\right\}$ seyn. Für diese drey Zeiten kann hier die wahre Länge der ⊙ und des ☽

desgl. die wahre ☽breite, blos durch einfache Proportionaltheile, aus der Länge von ☉ und ☽, 3Z. 3° 29′ 50″ und der ☽breite 59′ 58″ zur Zeit des Neumonds (§. 5. Taf. X. und Tafel XXI) vermittelst der stündlichen Bewegung der ☉ 2′ 23″, und des ☽, H = 37′ 23,5″ (§. 4. Tafel VII und VIII) desgl. der stündl. Veränderung der ☽breite 3′ 24,4″ (§. 6. Tafel XIII) hergeleitet werden. Die Resultate von diesen Rechnungen so wie auch allen folgenden, sind auf *Tafel* XXII geordnet anzutreffen. ☉- und ☽halbmesser, imgl. die ☽parallaxe setze ich aus *Tafel* XXI als unveränderlich an.

Regel 2.

§ 24.

Für jeden dieser drey angenommenen Zeitpunkte sucht man die Höhe des Mondes über dem Horizonte; hiezu ist keine scharfe Rechnung nöthig, sondern es kann diese Höhe vermittelst einer künstlichen Himmelskugel, oder auf irgend eine andere leichte Art gefunden werden. Sie dient nemlich nur, aus dem horizontalen Halbmesser des Mondes den scheinbaren Halbmesser desselben zu finden, und zu dieser Absicht braucht man sie nicht genauer als in ganzen Graden zu wissen. Die Astronomen haben bereits diese Reduktion des Monddurchmessers auf eine gegebene Höhe berechnet, und eine dergleichen Tafel, welche sie enthält, führt die Ueberschrift: Vergrösserung des horizon.

talen Mondhalbmeſſers, daher man hier der Rechnung ganz überhoben ſeyn kann.

Die 3 ☽höhen können aus Tafeln nach einer in den *Berliner Ephemeriden auf 1778* Seite 177 etc. des 2ten Theils gegebenen Methode gefunden werden. Hiezu iſt aber die Abweichung des ☽ nöthig, und dieſe ergiebt ſich vermittelſt einer einfachen Regel Detri aus *Bodens aſtronomiſchem Jahrbuch auf 1797* für die 3 Zeiten

$$\left\{\begin{array}{l} 5\text{ Uhr }15'\text{ Ab.} \\ 6\quad\ 5\ — \\ 6\quad 55\ — \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} 24^\circ\ 15'\text{ Nördl.} \\ 24\ 17\ — \\ 24\ 20\ — \end{array}\right\}$$

Die Höhe des ☽ wird nun alſo gefunden:

a) Für 5 Uhr 15′ Ab. oder 17 St. 15′, da der ☽ am weſtl. Himmel ſteht, ſeine Abweichung = 24° 15′ Nö. iſt, und er nach Bodens Jahrb. auf 1797 den 24. Jun. um 11 Uhr 46′ Morgens kulminirt?

Der Abſtand vom Meridian iſt 17 St. 15′ — 11 St. 46′ = 5 St. 29′ Sonnenzeit; 1035 : 1000 = 5 St. 29′ ⊙zeit : 5 St. 18′ ☽zeit, und dieſe vierte Proportionalzahl iſt der Stundenwinkel am ☽, der aus der Tafel genommen wird. Für 5 St. 18′ ergiebt ſich:

$z = 7^\circ\ 57'$ und $x = 53^\circ\ 16'$; $\log \text{Sin}\, x = 9{,}903\ 8644$

$+ d = 2415$ $\quad \log \text{Sin}(z+d) = 9{,}726\ 6264$

$z + d = 32\ 12$ $\quad \log \text{Sin}\ \alpha = 9{,}630\ 4908$

$\alpha = 25^\circ\ 17'$ *☽höhe*

b) Für 6 Uhr 5′ Ab. da der ☽ am weſtlichen Himmel ſteht, und ſeine Abweichung = 24° 17′ Nö. iſt?

Der Abſtand vom Meridian iſt 18 St. 5′ — 11 St. 46′ = 6 St. 19′ Sonnenzeit; 1035 : 1000 = 6 St. 19′ ⊙zeit : 6 St. 6′ ☽zeit, welche aus der Tafel genommen werden ſollten. Da aber dieſer Abſtand über 6 St. iſt, ſo wird von demſelben das Complement zu 12

Stunden d. i. 12 St. — 6 St. 6′ = 5 St. 54′ gebraucht; dafür findet sich in der Tafel:

z = 1° 9′ und x = 52° 33′; log Sin x = 9,899 7572
(wird hier als vermeint angesehen) log Sin (d—z) = 9,594 2513
log Sin α = 9,494 0085
+ d = 24 17 α = 18° 10′ D*höhe*
d—z = 23 8

c) Für 6 Uhr 55′ Ab. und D Abweich. = 24° 20′ Nö.?

Stundenwinkel = 18 St. 55′ — 11 St. 46′ = 7 St. 9′ ⊙zeit; 1035 : 1000 = 7 St. 9′ ⊙zeit : 6 St. 54′ Dzeit; das Complement = 5 St. 6′ giebt aus der Tafel:

z = — 10° 8′ und x = 53° 45′; log Sin x = 9,906 5745
+ d = 2420 log Sin (d—z) = 9,389 7106
d—z = 1412 log Sin α = 9,296 2851
α = 11° 25′ D*höhe*

Der Ddurchmesser = 33′ 15″ (§. 6. Tafel XVII) giebt aus einer Tafel die sich in des *de la Lande Exposition du calcul astronomique* pag. 259 etc. befindet, bey 25° Höhe des D, die Vergrösserung des Ddurchmessers = 15, 2″; also die Hälfte = 7,6″ d. i. die Vergrösserung des Dhalbmessers für 5 Uhr 15′ Abends. Auf eben die Art werden die Vergrösserungen für 18° und 11° Dhöhe gefunden.

Regel 3.

§. 25.

Von der Polhöhe desjenigen Orts, für welchen die Finsterniss berechnet werden soll, subtrahirt man die Verbesserung die ihr nach der zweyten Kolumne der nächstfolgenden Tafel zugehört; so heisst der Ueberschuss die reduzirte oder verbesserte Polhöhe. Eben so wird von der Aequatorealparallaxe die Verbesserung nach der dritten Kolumne eben dieser Tafel subtrahirt, was übrig bleibt, ist die Horizontalparallaxe des Mondes, und zwar für den Horizont des vorgegebenen Orts.

Polhöhe	Verbesserung der Polhöhe	Verbesserung der Aequatorealparallaxe	
		Wenn die Parallaxe beträgt	
		54′	60′
°	′ ″	″	″
0	0 0	0,0	0,0
5	2 59	0,1	0,1
10	5 53	0,5	0,5
15	8 36	1,1	1,2
20	11 3	1,9	2,1
25	13 10	2,9	3,2
30	14 53	4,0	4,5
35	16 10	5,3	5,9
40	16 56	6,7	7,4
45	17 11	8,1	9,0
50	16 56	9,5	10,6
55	16 10	10,9	12,1
60	14 53	12,1	13,5
65	13 10	13,3	14,8
70	11 3	14,3	15,9
75	8 36	15,1	16,8
80	5 53	15,8	17,5
85	2 59	16,1	17,9
90	0 0	16,2	18,0

Regel 4.

§. 26.

Auf dieſe reduzirte Polhöhe, und für alle drey Zeitmomente wird der Neunzigſte (nonagesimus eclipticae) und die Höhe des Neunzigſten oder der Winkel des Aufgangs (angulus orientis) geſucht. — Den Nonageſimus und die Höhe deſſelben giebt folgende Formel: Wenn die reduzirte Polhöhe $= \varphi$, die Schiefe der Ekliptik $= \alpha$, die gerade Auffteigung der Mitte des Himmels (aſcenſio recta medii coeli) oder des kulminirenden Punktes des Aequators, welche ſich leicht aus der gegebenen Zeit und der geraden Auffteigung der Sonne ergiebt, $= \mu$ heiſst, ſuche man fürs erſte einen Winkel ω, ſo daſs

$$\text{Tang } \omega = \frac{\text{Tang } \varphi}{\text{Sin } \mu}$$

alsdann wird

$$\text{Tang Nonag.} = \frac{\text{Tang } \mu . \text{ Cos } (\omega - \alpha)}{\text{Cos } \omega}$$

$$\text{Cos der Höhe des Non.} = \frac{\text{Sin } \varphi . \text{ Sin } (\omega - \alpha)}{\text{Sin } \omega}$$

In dieſer Rechnung brauchen ſo wohl die gegebenen, als geſuchten Bögen nur in Graden und Minuten ausgedrückt zu werden, denn es wird der Fehler, der durch Hinweglaſſung der Sekunden dadurch auf die Parallaxen übergetragen wird, ſelten mehr als eine Sekunde betragen.

Rechnung für die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels oder μ.

Um μ zu finden {addirt / ſubtrahirt} man den {weſtl. / öſtlich}

Abſtand der ⊙ vom Meridian {zur / von der} geraden Aufſteigung der ⊙. Aus der Berl. Samml. aſtr. Tafeln Band I. Taf. 30. Seite 293 ergiebt ſich

5 St. = 75° 0′	6 St. = 90° 0′	6 St. = 90° 0′
15′ = 3 45	5′ = 1 15	55′ = 13 45
Weſtl. Abſt. 78 45 der ⊙ vom Meridian um 5 Uhr 15′ Abends.	*Weſtl.* Abſt. 91 15 der ⊙ vom Meridian um 6 Uhr 5′ Abends.	*Weſtl.* Abſt. 103 45 der ⊙ vom Meridian um 6 Uhr 55′ Abends.

Die gerade Aufſteigung der ⊙ wird aus der Formel Tang Rectasc. ⊙ = Tang Länge ⊙. Cos Schiefe d. Eklipt. folgendergeſtalt erhalten:

Um 5 Uhr 15′ Ab.

Länge der ⊙	=	3Z.	3°	29′	49″	log tang 86° 30′ 10″	= 11,213 8596
	=		93	29	49	log cos 23 28 0	= 9,962 5076
subtr. von			180	0	0	log tang 86 11 20	= 11,176 3672
Reſt	=		86	30	10	subtr. v. 180 0 0	
Schiefe d. Eklipt.	=		23	28	0	Reſt = 93 48 40 gerade Aufſteigung der ⊙.	
						+ 78 45 0	
						μ = 172 33 40	

Für 6 Uhr 5′ Ab. und 6 Uhr 55′ Ab. wird auf eben die Art gerechnet,

Rechnung für die Länge und Höhe = A des Nonagesimus der ⊙

Um 5 Uhr 15′ Ab.

φ = 51° 3′
μ = 172 34
Sin μ = Sin 7° 26′
10 + log Tang φ = 20,0924059
— log Sin μ = 9,1118420

log Tang ω = 10,9805639
ω = 84° 2′
α = 23 28

$\omega - \alpha$ = 60 34
Tang μ = — Tang 7° 26′

Demnach:

$$\text{Tang Nonag.} = - \frac{\text{Tang } 7^\circ\ 26'.\ \text{Cos } 60^\circ\ 34'}{\text{Cos } 84^\circ\ 2'}$$

$$\text{Cos A} = \frac{\text{Sin } 51^\circ\ 3'.\ \text{Sin } 60^\circ\ 34'}{\text{Sin } 84^\circ\ 2'}$$

Log Tang 7° 26′ = 9,1155072
+ log Cos 60 34 = 9,6914445
Summe = 18,8069517
— log Cos 84 2 = 9,0168239

log Tang 31 40 = 9,7901278
subtr. von 180 0
Rest = 148 20
4Z = Ω = 120 0
Nonages. = 4Z. 28° 20′

Log Sin 51° 3′ = 9,8908092
+ log Sin 60 34 = 9,9399823
Summe = 19,8307915
— log Sin 84 2 = 9,9976408

log Cos A = 9,8331507
A d. i. *Höhe des Nonag.* = 47° 4′ 40″

Um 6 Uhr 5′ Ab.

$\varphi = 51^\circ\ 3'$
$\mu = 185\ \ 6$
$\sin \mu = -\sin 5^\circ\ 6'$
$10 + \log \text{Tang}\ \varphi = 20{,}0924059$
$-\log \sin \mu = 8{,}9488739$
$\log \text{Tang}\ 85^\circ\ 53'\ 20'' = 11{,}1435320$
subtr. von $180\ \ 0\ \ 0$
$\omega = 94\ \ 7\ \ 0$
$\alpha = 23\ \ 28\ \ 0$
$\omega - \alpha = 70\ \ 39\ \ 0$
$\sin \omega = \cos 4^\circ\ 7'$
$\cos \omega = -\sin 4^\circ\ 7'$
$\text{Tang}\ \mu = \text{Tang}\ 5^\circ\ 6'$

Demnach:

$$\text{Tang Nonag.} = -\frac{\text{Tang}\ 5^\circ\ 6' \cdot \cos 70^\circ\ 39'}{\sin 4^\circ\ 7'}$$

$$\cos A = \frac{\sin 51^\circ\ 3' \cdot \sin 70^\circ\ 39'}{\cos 4^\circ\ 7'}$$

$\log \text{Tang}\ 5^\circ\ 6' = 8{,}9505967$
$+ \log \cos 70\ 39 = 9{,}5202711$
Summe $= 18{,}4708678$
$-\log \sin\ 4\ \ 7 = 8{,}8560493$
$\log \text{Tang}\ 22\ 23 = 9{,}6148185$
subtr. von $180\ \ 0$
Rest $= 157\ 37$
$5 \text{♑} = 150\ \ 0$
Nonages. $= 5 \text{♑}\ 7^\circ\ 37'$

$\log \sin\ 51^\circ\ 3' = 9{,}8908092$
$+ \log \sin 70\ \ 39 = 9{,}9747475$
Summe $= 19{,}8655567$
$-\log \cos\ 4\ \ 7 = 9{,}9988780$
$\log \cos A = 9{,}8666787$
Ad. i. *Höhe des Nonag.* $= 42^\circ\ 38'$

Völlig auf eben die Art wird die Länge und Höhe des Nonagesimus um 6 U. 55′ Ab. gefunden.

Regel 5.

§. 27.

Wenn der Nonageſimus, die Höhe deſſelben, und folglich die wahre Entfernung des Mondes vom Nonageſimus bekannt ſind, ſo werden die Parallaxen der Länge und Breite des Mondes berechnet. — Umaber auch zugleich auf die Sonnenparallaxe Rückſicht zu nehmen, ſetze man in den Formeln für die Parallaxen anſtatt der Horizontalparallaxe des Mondes allein, den Unterſchied zwiſchen den Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes.

Wenn die Horizontalparallaxe des ☽ von der ☉ = π
die Höhe des Nonageſimus = A
die wahre Entfernung des ☽ vom Nonageſ. = b
geſetzt wird; ſo iſt parall. long. = π Sin A. Sin b
parall. latit. = π Cos A.

Genauere Formeln die Parallaxe der Länge und Breite zu berechnen, ſtehen in *Bodens aſtronom. Jahrbuch für das Jahr* 1793. Seite 193. IV.

Rechnung für 5 Uhr 15′ Ab.

☽länge = 3Z. 3° 29′ 36″	log π = log 3641″ = 3,561 2207
Nonag. ☉ = 4 28 20 0	+ log Sin A = 9,864 7156
b = 0 54 50 0	+ log Sin b = 9,912 4772
Horiz. Parall. ☉ = 0 0 8	log parall. long. = 3,338 4135
Horiz. Par. ☽ zu Leipz. = 0 60 49	par. long. = 2179,8″ = 36′20″
☽Par. — ☉Par. = π = 0 60 41	log π = log 3641″ = 3,561 2207
A = 47 5 0	+ log Cos A = 9,833 1050
	log parall. latit. = 3,394 3257
	par. latit. = 2479,3″ = 41′19″

Eben ſo wird die Rechnung für die 2 übrigen Zeiten geführt.

Regel 6.

§. 28.

Die gefundenen Parallaxen ſetze man gehörig zu den wahren Oertern des Mondes, damit ſeine abſolute ſo wohl als relative ſcheinbare Bewegung erhalten werde; auch zeichne man in einer Tafel für alle drey Zeitmomente den Unterſchied der ſcheinbaren Länge von Sonne und Mond, imgleichen die ſcheinbare Breite des Mondes auf, und erweitere dieſe Tafel durch Interpolation auf 5 zu 5 oder 10 zu 10 Minuten Zwiſchenzeit; dieſen kann man noch die Summe der ſcheinbaren Halbmeſſer von Sonne und Mond beyſchreiben.

Die Parallaxe der Länge des ☽ wird zu der wahren Länge deſſelben addirt, wenn der Mond vom Nonageſimus gegen Morgen entfernt iſt, d. i. wenn die wahre Länge des ☽ gröſſer als die Länge des Nonageſimus iſt; aber davon abgezogen, wenn der ☽ vom Nonageſimus gegen Abend entfernt iſt, d. i. wenn die wahre Länge des ☽ kleiner als die Länge des Nonageſimus iſt, *welcher letztere Fall in gegenwärtiger Rechnung ſtatt findet*; ſo ergiebt ſich die ſcheinbare Länge des ☽.

Die Parallaxe der Breite des ☽ wird {von / zu} der wahren Breite des Mondes {ſubtrahirt / addirt} wenn dieſelbe {Nördlich / Südlich} iſt, um die ſcheinbare ☽breite zu erhalten.

Z. E. um 5 Uhr 15′ Ab. ist die wahre ☽länge = 3Z 3° 29′ 36″
≺Nonages: 4Z. 28° 20′; demnach *subtr.* par long = 36 20

bleibt die scheinbare Länge des Mondes	=	3 2 53 16
wahre Länge der Sonne	=	3 3 29 49
Unterschied, ☽ westl.	=	0 0 36 33
wahre ☽breite	=	Nördl. 59 57
subtr. par. latit.	=	41 19
scheinbare Breite des ☽	=	Nördl. 18 38

Zur Interpolation bediene ich mich *Käſtner's* Anweisung in *Langsdorfs Erläuterungen über die Käſtnerische Analyſis des Unendlichen, Seite 219 etc.* auf folgende Art, so daſs allezeit $y + n.\Delta 1 + \frac{n.(n-1)}{1.2}.\Delta 2 = y''$ gesucht wird:

Zeit	Unterschied der scheinb. Länge	1ste Differenz = Δ 1	2te Differenz = Δ 2
5 Uhr 15′	— 36′ 33″		
6 5	— 7 52	+ 28′ 41″	
6 55	+ 22 32	+ 30 24	+ 1′ 43″

Für 5 Uhr 25′ wird $n = +\frac{10}{50} = +0{,}2$; also

$n.\Delta 1 = +0{,}2.$ 28′ 41″ = + 5′ 44,2″; und

$\frac{n.(n-1)}{1.2}.\Delta 2 = \frac{0{,}2.(0{,}2-1)}{1.2}$ 1′ 43″ = — 8,2″

demnach $y\,n$ = — 36′ 33″ + 5′ 44,2″ — 8, 2″
= — 30′ 57″ *Unterschied der scheinbaren Länge um 5 Uhr 25 Min.*

Für 5 Uhr 5′ ist $n = -\frac{10}{50} = -0{,}2$; alſo

$n.\Delta 1 = -0{,}2. + 28' 41'' = -5' 44{,}2''$; und

$\frac{n.(n-1)}{1.2}.\Delta 2 = \frac{-0{,}2.(-0{,}2-1)}{1.2}.+1' 43'' = +12{,}36''$

Demnach $y\,n = -36' 33'' - 5' 44'' + 12''$
$= -42' 5''$ *Unterſchied der ſcheinbaren Länge um 5 Uhr 5′ Ab.*

Für $\left\{\begin{matrix}5\text{ U. }35'\\5\quad 55\end{matrix}\right\}$ wird $n = \left\{\begin{matrix}+\frac{20}{50} = +0{,}4\\+\frac{40}{50} = +0{,}8\end{matrix}\right\}$

Demnach $y\,n = \left\{\begin{matrix}-36' 33'' + 11' 28'' - 12'' = -25' 17''\\-36\;33 + 22\;57 - 8 = -13\;44\end{matrix}\right\}$

Um für 6 U. 15′, 25′, 45′ und 7 U. 5′ den Unterſchied der ſcheinbaren Länge durchs Interpoliren zu finden, verfährt man ſo:

Zeit	Unterschied der scheinb. Länge	1ste Differenz = Δ 1	2te Differenz = Δ 2
6 Uhr 55′	+ 22′ 32″		
6 5	— 7 52	— 30′ 24″	
5 15	— 36 33	— 28 41	+ 1′ 43″

$$\text{Für} \begin{Bmatrix} 6\text{ U. }15' \\ 6\quad 25 \\ 6\quad 45 \\ 7\quad 5 \end{Bmatrix} \text{ ist } n = \begin{Bmatrix} + \frac{40}{50} = + 0{,}8 \\ + \frac{30}{50} = + 0{,}6 \\ + \frac{10}{50} = + 0{,}2 \\ - \frac{10}{50} = - 0{,}2 \end{Bmatrix}$$

$$\text{Demnach } y_n = \begin{Bmatrix} + 22' 32'' - 24' 19'' - 8'' = - 1' 55'' \\ + 22\ 32 - 18\ 14{,}4 - 12{,}4 = + 4\ 5 \\ + 22\ 32 - 6\ 5 - 8 = + 16\ 19 \\ + 22\ 32 + 6\ 5 + 12 = + 28\ 49 \end{Bmatrix}$$

Bey Aufsuchung der scheinbaren Breite des ☽, desgl. der Summe der Halbmesser von ☉ und ☽, für eben diese Zwischenzeiten, können die 2ten Differenzen vernachlässigt werden.

§. 29.

Zur Uebersicht der Rechnungen von *Regel* 1 — 6 (§. 23 — 28) dienen folgende 2 Tafeln XXII und XXIII.

Tafel XXII.

⊙finsternifs Jun. 24. 1797 Leipz. Mer.

	5 Uhr 15′ Ab.	6 Uhr 5′	6 Uhr 55′
Wahre Länge der ⊙	3Z. 3° 29′ 49″	3Z. 3° 31′ 48″	Z. 3° 33′ 47″
Wahre Länge des ☽	3 3 29 36	3 4 0 45	3 4 31 55
Wahre Breite des ☽, Nö.	59 57	1 2 47	1 5 37
Halbmeſſer der ⊙	15 47	15 47	15 47
Horiz, Parall. des ☽ unt. Aeq.	61 0	61 0	61 0
Horiz. Halbm. des ☽	16 37	16 37	16 37
Höhe des ☽, ohngefähr	25°	18°	11°
Vergröſserung des ☽halbm.	7,6″	5,6″	3,4″
Scheinb. Halbm. ☽ in dieſ. Höhe	16′ 44,6″	16′ 42,6″	16′ 40,4″
Summe der Halbm, des ☽ und der ⊙	32 31,6	32 29,6	32 27,4
Polhöhe von Leipzig	51° 19′ 41″	51° 19′ 41″	51° 19′ 41″
Redukt. derſ. nach der Tafel	— 16 44	— 16 44	— 16 44
Reduzirte Polhöhe = φ	51 2 57	51 2 57	51 2 57
Verbeſſ. der Aeq. Par. des ☽	— 11	— 11	— 11
Horiz. Parall, des ☽, zu Leipzig	60 49	60 49	60 49

Fortsetzung der Tafel XXII.

	5 Uhr 15′ Ab.	6 Uhr 5′	6 Uhr 55′
Westl. Abst. der ☉ vom Meridian —	78° 45′	91° 15′	103° 45′
Gerade Aufsteigung der ☉ — —	93 49	93 51	93 53
also ger. Aufst. der Mitte des Himm. μ	172 34	185 6	197 38
Schiefe der Ekliptik — —	23 28	23 28	23 28
Länge des Nonagesim. ☉ — 4Z.	28° 20′	5Z. 7° 37′	5Z. 17° 17′
Höhe — — = A — —	47 5	42 38	37 54
Wahr. Abst. des ☽ vom Non. = b —	54° 50′	63° 36′	72° 45′
Horizont. Parallaxe der ☉ — —	8″	8″	8″
☽Parall. — ☉Parall. = π — —	60′ 41″	60′ 41″	60′ 41″
Parallaxe der Länge ☽ — —	— 36 20	— 36 49	— 35 36
Parallaxe der Breite ☽ — —	— 41 19	— 44 39	— 47 53
Also scheinb. Länge des ☽ — — 3Z.	2° 53′ 16″	3Z. 3° 23′ 56″	3Z. 3° 56′ 19″
Unterscheid. d. scheinb. Länge ☽ u. ☉,	westl. 36′ 33″	westl. 7′ 52″	östl. 22′ 32″
Scheinb. Breite ☽. Nördlich	18′ 38″	18′ 8″	17′ 44″

Tafel XXIII.

Zeit			Unterschied der scheinb. Länge		Scheinbare Breite d. ☽ Nördlich		Summe der Halbmesser d. ☉ u. des ☽	
U.	M.	S.	Min.	Sek.	Min.	Sek.	Min.	Sek.
5	5	0	— 42	5	18	44	32	32,0
5	15	0	— 36	33	18	38	32	31,6
5	25	0	— 30	57	18	32	32	31,2
5	35	0	— 25	17	18	26	32	30,8
5	55	0	— 13	44	18	14	32	30,0
6	5	0	— 7	52	18	8	32	29,6
6	15	0	— 1	55	18	3	32	29,2
6	25	0	+ 4	5	17	58	32	28,7
6	45	0	+ 16	19	17	49	32	27,8
6	55	0	+ 22	32	17	44	32	27,4
7	5	0	+ 28	49	17	39	32	27,0

Regel 7.

§. 30.

Durch Vergleichung der scheinbaren Breite und der Unterschiede der scheinbaren Länge mit der Summe der Halbmesser läst sich ohngefähr schätzen, was für eine Breite zunächst dem Anfange und Ende der Sonnenfinsterniss zukommt; dies ist in der That nicht schwer zu finden, ohngeachtet diese eben genannten Zeiten noch nicht genau bekannt sind, da oftmals

in einer ganzen Stunde die Breite sich kaum um einige Minuten verändert, und es überdies zu gegenwärtiger Absicht hinreicht, die Breite innerhalb dieser Grenzen voraus zu wissen. Diese so herausgebrachte Breite (latitudo *ficta*) nenne man also x, die ihr aus der Tafel entsprechende Summe der Halbmesser aber $= c$, und berechne den Werth von $r(c^2 - x^2)$; wenn man nun diesen in der Tafel unter den Unterschieden der scheinbaren Länge aufsucht, und zu ihm eine Breite gehört, die der angenommenen Breite (fictæ) gleich ist, so ist er selbst der wahre Unterschied der scheinbaren Länge zur Zeit des Anfangs oder des Endes der Finsterniss. Findet sich aber ein Unterschied zwischen diesen Breiten, so nenne man denselben dx, und setze wie $r(c^2 - x^2)$ zu x also dx zum vierten Gliede; wird nun dasselbe zu $r(c^2 - x^2)$ addirt, wenn die erdichtete Breite grösser ist, oder davon subtrahirt, wenn sie kleiner ist, so bekömmt man den verbesserten oder wahren Unterschied der scheinbaren Länge für den Anfang oder das Ende der Sonnenfinsterniss. Wenn daher vermittelst der Tafel die dazu gehörige Zeit gesucht wird, so ist die Zeit des Anfangs so wohl als des Endes der Sonnenfinsterniss bekannt.

Rechnung für den Anfang der ⊙finſterniſs.

Man ſetze für die Zeit des Anfangs der Sonnenfinſterniſs die ſcheinbare Breite des ☽ oder $x = 18' 35''$ *latit. ficta*; die Summe der Halbmeſſer der ⊙ und des ☽ oder $c = 32' 31''$; ſo bekömmt man den Unterſchied der ſcheinbaren Länge

$$r(c^2 - x^2) = \sqrt{(c+x)\ (c-x)} = 26' 41''$$

Hieraus folgt, wenn man in der *Tafel XXIII* nachſieht, daſs der Anfang der ⊙finſterniſs zwiſchen 5 Uhr 25′ und 5 U. 35′ fällt; alsdann wird alſo die ſcheinbare Breite des ☽, im Mittel $= \frac{18' 32'' + 18' 26''}{2}$

$= 18' 29''$ welche um 6″ kleiner als latit. ficta iſt. Daher macht man nun folgende Proportion:

$r(c^2 - x^2) : x = dx :$ } 4ten Proport. Zahl
d.i. $26' 41'' : 18' 35'' = 6'' :$ } $= 4''$

und $26' 41'' + 4'' = 26' 45''$ giebt den verbeſſerten Unterſchied der ſcheinbaren Länge der ⊙ und des ☽ für den Anfang der ⊙finſterniſs.

Die Abnahme dieſes Unterſchiedes iſt

zwiſch. 5U. 25′ u. d. Anf. d. ⊙fi. $= 30' 57'' - 26' 45'' = 4' 12''$
— 5 25 u. 5 Uhr 35′ $= 30\ 57 - 25\ 17 = 5\ 40$

Wenn man demnach folgende Regel Detri anſetzt:

5′ 40″ : 10′ = 4′ 12″ : 4ten Prop. Zahl 7′ 25″

ſo ergiebt ſich der *Anfang* der Sonnenfinſterniſs zu Leipzig um 5 Uhr 25′ + 7′ 25″ = 5 Uhr 32′ 25″ Abends.

Rechnung für das Ende der ⊙finſterniſs.

$x = 17' 40''$ latit. ficta
$c = 32\ 27$
$r\sqrt{(c+x)\ .\ (c-x)} = 27'\ 13''$

Das Ende der ⊙finſtern. fällt alſo zwiſchen 6 Uhr 55′ und 7 Uhr 5′ Abends; alsdann iſt aber die ſcheinbare Breite des ☽, im Mittel $= \frac{17'\ 44'' + 17'\ 39''}{2}$ $= 17'\ 42''$ welche um 2″ gröſser als latit. ficta iſt. Daher ſetzt man

$r(c^2 - x^2) : x = dx : 2$ } 4ten Proport. Zahl
d. i. $27'\ 13'' : 17'\ 40'' = 2 : 1''$ }

und es iſt nunmehro $27'\ 13'' - 1'' = 27'\ 12''$ der verbeſſerte Unterſchied der ſcheinbaren Länge beym Ende der ⊙finſterniſs.

Die Zunahme dieſes Unterſchiedes iſt

zwiſch. 6U. 55′ u. d. Ende d. ⊙fi. $= 27'\ 12'' - 22'\ 32'' = 4'\ 40''$
— 6 55 u. 7 Uhr 5′ $= 28\ 49 - 22\ 32 = 6\ 17$

Demnach giebt folgende Proportion

$6'\ 17'' : 10' = 4'\ 40''$: 4ten Prop. Zahl $7'\ 26''$

das *Ende* der Sonnenfinſterniſs zu Leipzig um 6 Uhr $55' + 7'\ 26'' = 7$ Uhr $2'\ 26''$ Abends.

Dauer = 1 St. 30′ 1″.

Regel 8.

§. 31.

Um die Zeit der gröſsten Verdunkelung zu beſtimmen, ſetze man die erdichtete oder

der wahren am nächſten kommende ſcheinbare Breite zu dieſer Zeit = x, die Zunahme oder Abnahme derſelben die um eben dieſe Zeit dem Zeitraum von 5 oder 10 Minuten zugehört = dx, ferner die Zu- oder Abnahme des Unterſchiedes der ſcheinbaren Länge in eben diesem Zeitraume = dy, und mache folgende Proportion: wie dy zu dx alſo x zum vierten Gliede y, welches der Unterſchied der ſcheinbaren Länge zur Zeit des Mittels oder der gröſsten Verdunkelung an der Sonne iſt; dieſe letztere Zeit wird daher die Tafel leicht angeben, wobey jedoch zu merken iſt, daſs y unter den Unterſchieden der ſcheinbaren Länge vor der ſcheinbaren Zuſammenkunft aufgeſucht werden muſs, wenn die ſcheinbare Mondsbreite zunimmt, und umgekehrt.

Rechnung für die Zeit der gröſsten Verfinſterung.

Man ſetzt x = 18′ 0″ latit. ficta; denn das Mittel der ☉finſterniſs fällt ohngefähr in die Mitte zwiſchen Anfang und Ende, alſo auf 6 Uhr 17′; dies giebt aus *Tafel XXIII*

dx = − 5″ Abnahme der ſcheinbaren Breite;
dy = + 6′ 0″ Zunahme des Unterſchiedes der ſcheinbaren Länge;
dy : dx = x : y
d. i. 6′ : 5″ = 18′ : 15″ Unterſchied der ſcheinbaren Länge zur Zeit der gröſsten Verdunkelung, den man folgenderſtalt in die *Tafel XXIII* einſchiebt:

Zeit	Unterſchied der ſcheinb. Länge	
6 Uhr 15′	—	1′ 55″
Q	+	0 15
6 25	+	4 5

Nun hat man alſo

dy oder 6′ : 10′ = 2′ 10″ Wachsthum des Unterſchiedes von 6 Uhr 15′ bis zur Zeit Q d. i. der gröſsten Verdunkelung : 4ten Proportionalzahl 3′ 37″ welche zu 6 Uhr 15′ addirt, Q oder die *Zeit der gröſsten Verdunkelung* zu Leipzig um 6 Uhr 18′ 37″ Abends giebt.

Regel 9.

§ 32.

Da alſo die wahre Zeit der gröſsten Verdunkelung bekannt iſt, ſo wird auch vermöge der Tafel die eben dieſer Zeit zugehörige ſcheinbare Breite des Mondes gegeben ſeyn. Setzt man nunmehro dieſe an die Stelle der erdichteten Mondsbreite x, ſo iſt $r(x^2 + y^2)$ die nächſte ſcheinbare Entfernung der Mittelpunkte; wird letztere von der Summe beyder Halbmeſſer ſubtrahirt, ſo giebt der Reſt in Zolle, wovon der Sonnenhalbmeſſer ſechs enthält, verwandelt, die Gröſse der Verfinſterung.

Rechnung für die Gröſse der ⊙finſterniſs.

Durch die Proportion 10′ : 5″ = 3′ 37″ : 4ten Proportionalzahl 2″ erhält man 18′ 3″ — 2″ = 18′ 1″ = x *latitudo verior* oder verbeſſerte ſcheinbare Breite des ☽ zur Zeit der gröſsten Verdunkelung. Da nun für eben dieſe Zeit y = 15″ (§. 31.) ſo ergiebt ſich $r(x^2 + y^2)$ = 18′ 1,1″ d. i. die nächſte ſcheinbare Entfernung der Mittelpunkte, welche von der Summe der Halbmeſſer der ⊙ und des ☽ = 32′ 29,0″ abgezogen, die Gröſse der Verfinſterung = 14′ 28″ übrig läſst. Endlich ſetzt man

⊙halbm. 15′ 47″ (Tafel XXI) : 6 Zoll = 14′ 28″ : 4ten Proportionalzahl 5 Zoll 30′ welches die *Gröſse* der Verdunkelung an der Sonne nördl. Theil zu Leipzig iſt.

Tafel XXIV.

Für die ☉fi. den 24. Jun. 1797 ist von §. 16. bis §. 42 durch Rechn. gefunden worden

Für die Erde überhaupt und nach Leipziger Uhr

Fig. VI.

§. 18.	Abends U.	′	″		Länge °	′	″	Nordl. Breite °	′	″	
Anfang in A	3	3	12	unter	238	15	0	32	25	0	§. 19
Anf. total in e	4	45	5	—	173	23	15	62	14	0	§. 20
Mittel in d	5	5	27	—	151	57	55	77	17	40	§. 21
Ende total in h	5	25	49	—	110	44	55	65	32	10	§. 20
Ende in B	7	7	42	—	33	58	20	39	27	0	—
Dauer total eh	0St.	40	44								
Dauer AB	4	4	30								

Für Leipzig insbesondere

	Abends U.	′	″	
Anfang	5	32	25	§. 30
Mittel	6	18	37	§. 31
Die Gröfse erstreckt sich auf	5Zoll	30	0	§. 32
am nördl. Theil der ☉				
Ende	7 U.	2	26	§. 30
Dauer	1 St.	30	1	—

Berechnung der Beobachtung einer ⊙finſterniſs nach Tempelhof in Nouveaux mémoir. de Berlin année 1786.

§. 33.

Man ſucht die verbeſſerte Polhöhe = p — Φ, entweder nach der Tafel in §. 25 *Regel* 3, oder nach der Berlin. Samml. aſtr. Tafeln, Band 2 Dtaf. LI. Seite 79 desgl. für die Zeit der Conjunktion aus den aſtronomiſchen Tafeln:

Die Schiefe der Ekliptik = E
Die wahre Breite des ☽ = λ
Den wahren ☽halbmeſſer aus dem Mittelpunkte der Erde geſehen d. i. den Horizontal-Halbmeſſer des ☽ = R
Den ⊙halbmeſſer = r
Die Horizontal-Parallaxe des ☽ unter dem Aequator = π
Die Horizontal-Parallaxe der ⊙ = ω
Die ſtündl. Bewegung des ☽ von der ⊙ = H — h
Die ſtündl. Bewegung des ☽ in der Breite = l

aber für den Anfang und das Ende der Sonnenfinſterniſs:

Die wahre Länge der ⊙ = S
Die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels §. 26 = P

So ergiebt sich hieraus

Für $\left\{\begin{matrix}\textit{den Anfang}\\ \textit{das Ende}\end{matrix}\right\}$ *der ⊙finsterniſs*

durch $\text{Tang}\,\theta = \frac{H-h}{l}$ der Winkel θ

und durch $\text{Tang}\,u = \text{Tang E. Sin'P}$ der Winkel u.

Nun ist A aus der Gleichung

$$\text{Cos A} = \frac{\text{Cos E. Sin}\,(p-\varphi-u)}{\text{Cos u}}$$

zu berechnen. Wenn A gefunden ist, so sucht man B durch folgende Formel:

$$\text{Cos B} = \frac{\text{Cos P. Cos}\,(p-\varphi)}{\text{Sin A}}$$

worauf sich ζ und K oder blos log K durch folgende zwo Formeln ergeben:

$$\text{Tang}\,\zeta = \frac{\text{Cos A}}{\text{Sin A. Sin}\,(S-B)}$$

$$K = \frac{\text{Cos A}}{\text{Sin}\,\zeta}.$$

Eine andere Methode die Werthe von ζ und log K zu finden.

§. 34.

Wenn t die wahre astronomische Zeit der Beobachtung des Anfangs oder Endes einer Sonnenfinsterniſs bedeutet, und also 15. t eben diese Zeit in Grade des Aequators verwandelt ist, da 15° auf 1 Stunde gerechnet werden (Berlin. Samml. astr. Taf. Band 1. ⊙taf. 30.

Seite 293); so lassen sich ebenfalls durch folgende Gleichungen die Werthe von ζ und log K berechnen:

$$\text{Sin D} = \text{Sin E. Sin S}$$

$$\text{Tang u} = \frac{\text{Sin D. Cos 15 t}}{\text{Cos D}}$$

$$\text{Tang}\beta = -\frac{\text{Cos D. Sin (p} - \varphi - \text{u)}}{\text{Cos u. Sin 15t. Cos (p} - \varphi)}$$

$$\text{Tang}\alpha = \text{Tang E. Cos S}$$

$$\zeta = \alpha + \beta$$

$$\text{K} = -\frac{\text{Sin 15t}}{\text{Cos}\beta} \cdot \text{Cos (p} - \varphi)$$

§. 35.

ϱ ist der Halbmesser der Erde für einen gegebenen Ort, oder die Weite des Beobachters vom Mittelpunkt der Erde; r der Halbmesser des Aequators; und $m = \frac{\varrho}{r}$ die Verhältnifs des Erdhalbmessers zum Halbmesser des Aequators. Man kann sich zwar der Tafel in der Berlin. Samml. astr. Tafeln, Band 3, Seite 164 — 170, und darin der vertikalen Kolumne: *Entfernung vom Mittelpunkt BC in Klaftern*, bedienen, um diese Verhältnifs oder *Log m*, den man für die gegebene Polhöhe p in den folgenden Rechnungen eigentlich nur nöthig hat, zu finden. Nachfolgende Tafel giebt aber unmittelbar Log m + 10 also Log m = dem Logarithmen dieser Tafel — 10.

Tafel für den Logarithmen des Erdhalbmeſſers.

Polhöhe = p	Log m + 10	Polhöhe = p	Log m + 10	Polhöhe = p	Log m + 10	Polhöhe = p	Log m + 10
0°	10,0000000	20°	9,9997812	40°	9,9992241	60°	9,9985854
1	9,9999994	21	9,9997597	41	9,9991915	61	9,9985569
2	9,9999977	22	9,9997374	42	9,9991588	62	9,9985290
3	9,9999949	23	9,9997143	43	9,9991260	63	9,9985017
4	9,9999909	24	9,9996903	44	9,9990930	64	9,9984751
5	9,9999858	25	9,9996656	45	9,9990600	65	9,9984493
6	9,9999796	26	9,9996402	46	9,9990270	66	9,9984241
7	9,9999723	27	9,9996140	47	9,9989939	67	9,9983998
8	9,9999638	28	9,9995871	48	9,9989610	68	9,9983762
9	9,9999543	29	9,9995596	49	9,9989282	69	9,9983534
10	9,9999437	30	9,9995315	50	9,9988955	70	9,9983316
11	9,9999320	31	9,9995028	51	9,9988630	71	9,9983106
12	9,9999192	32	9,9994736	52	9,9988307	72	9,9982905
13	9,9999054	33	9,9994438	53	9,9987987	73	9,9982713
14	9,9998906	34	9,9994136	54	9,9987670	74	9,9982532
15	9,9998748	35	9,9993829	55	9,9987357	75	9,9982360
16	9,9998580	36	9,9993518	56	9,9987047	80	9,9981654
17	9,9998402	37	9,9993203	57	9,9986741	85	9,9981222
18	9,9998214	38	9,9992885	58	9,9986440	90	9,9981076
19	9,9998017	39	9,9992564	59	9,9986144		

§. 36.

Wenn T die gesuchte wahre Zeit der wahren Conjunktion, und t die gegebene wahre Zeit der Beobachtung des Anfangs oder Endes einer ⊙finsterniss bedeutet; so wird T — t d. i. die Zeit, welche zwischen dem Anfang oder Ende der beobachteten ⊙finsterniss und der ☌ verfliesst, durch folgende Gleichung erhalten:

$$T - t = \frac{\sin\theta}{H - h} \cdot \left\{ m(\pi - \omega) K . \sin(\theta - \zeta) + \lambda . \cos\theta \right.$$

$$\left. + \sqrt{(R + r + m(\pi - \omega) K . \cos(\theta - \zeta) - \lambda \sin\theta)(R + r - m(\pi - \omega) K . \cos(\theta - \zeta) + \lambda \sin\theta)} \right\} \text{ Stu.}$$

woraus sich alsdann, da t bekannt ist, die *wahre Zeit der wahren Conjunktion* oder T ergiebt, welche gefunden werden sollte. Diese Formel giebt zwar zwey Werthe für die Zeit der ☌, man wird aber jederzeit leicht den *falschen* Werth von dem *richtigen* unterscheiden können, da man die Zeit der ☌ *aus den astronomischen Tafeln* ohngefähr wissen kann. Der falsche Werth wird also derjenige seyn, der mit dieser ☌⊙☽ welche die Tafeln angeben, gar nicht übereinstimmt. Hingegen wenn man den Anfang und das Ende einer ⊙finsterniss beobachtet hat, so ergeben sich aus einer jeden Beobachtung zwey Werthe, und also in allem vier Werthe für die Zeit der wahren ☌, T; worunter die beyden *einander gleichen* Werthe die gesuchte wahre Zeit der wahren Conjunktion geben werden. Sind sie nicht vollkommen gleich, so nimmt man ein Mittel aus beyden.

Beyſpiel.

§. 37.

Zur Erläuterung der von §. 33 bis §. 36 gegebenen allgemeinen Regeln habe ich in der nächſtfolgenden *Tafel* XXV die in *Bodens Jahrbuch für* {1791 1792} *Seite* 243 — 247 } von *Gerſtner* nach einer von ihm — 193 — 205 }

erfundenen Methode der Längenberechnung aus Sonnenfinſterniſſen, berechnete Prager Beobachtung der ⊙finſterniſs vom 4ten Junius 1788 gewählt. Er findet daſelbſt die Zeit der wahren ☌⊙☽, 9 Uhr 56′ 31″; und ich nach gegenwärtiger Methode 9 Uhr 56′ 30,5″ ſo daſs alſo beyde Rechnungsarten ſehr gut mit einander übereinſtimmen.

Tafel XXV.

Berechnung der ☉finſterniſs, welche am 4ten Junius 1788 zu Prag beobachtet worden.

Nach §. 33

Für die Zeit der Conjunktion.

P	=		50° 5′ 47″
P—φ	=		49 51 10
E	=		23 27 58
λ Nördlich	=		+0 15 0
	=		+ 900
R	=		0 16 30
	=		990
r	=		0 15 48,4
	=		948,4
R + r	=		1938,4
ϰ	=	0	60 34
	=		3634
ω	=	0	0 8,6
ϰ — ω	=		3625,4
H—h	=	0	34 27,5
	=		2067,5
l	=	—0	3 25,4
	=	—	205,4

Fortsetzung der Tafel XXV.

Für den Anfang der ⊙finsterniſs.			Für das Ende der ⊙finsterniſs.		
S	=	2Z 14° 13′ 8″	S	=	2Z 14° 17′ 54″
	=	74 13 8		=	74 17 54
P	=	18 14 23	P	=	48 16 3
θ	=	95 40 25	θ	=	95 40 25
u	=	7 44 15	u	=	17 57 1
A	=	51 37 28	A	=	59 21 53
B	=	38 38 15	B	=	60 4 45
ζ	=	53 41 31	ζ	=	67 28 24
Log K	=	0,8867094 — 1	Log K	=	0,7416738 — 1
		Nach §. 34			
t	=	20St. 21′ 29″	t	=	22St. 21′ 15″
15t	=	305° 22 15	15t	=	335° 18 45
DNö.	= +	22 31 55	DNö.	= +	22 32 28
u	=	13 30 14	u	=	20 39 45
β	=	46 57 39	β	=	60 46 43
α	=	6 44 0	α	=	6 42 2
ζ	=	53 41 39	ζ	=	67 28 45
Log K	=	0,8866751 — 1	Log K	=	0,7416411 — 1
Log m	=	9,9988924 — 10	Log m	=	9,9988924 — 10
aus Taf. §. 35.					

Nach §. 36.

Für den Anfang der ⊙finsterniſs.

$\theta - \zeta$ nach §. 33	=	41° 58′ 54″
$m(\pi - \omega)$ K. Sin $(\theta - \zeta)$	=	1863,4″
λ. Cos θ	=	— 88,975
R + r	=	1938,4
$m(\pi - \omega)$ K. Cos $(\theta - \zeta)$	=	2070,9
λ. Sin θ	=	895,59

Erſter Werth für

$$T - t = \frac{\text{Sin}\,\theta}{H - h} \cdot \left\{ 232{,}984 \right\} \text{ St.}$$

= 0,11213 Stunden

= 0 St. 6′ 43,668″

Zweyter Werth für

$$T - t = \frac{\text{Sin}\,\theta}{H - h} \cdot \left\{ 3315{,}866 \right\} \text{ St.}$$

= 1,596 Stunden

= 1 St. 35′ 45,6″

Für das Ende der ⊙finsterniſs.

$\theta - \zeta$	=	28° 12′ 1″
$m(\pi - \omega)$ K. Sin $(\theta - \zeta)$	=	942,7″
λ. Cos θ	=	— 88,975
R + r	=	1938,4
$m(\pi - \omega)$ K. Cos $(\theta - \zeta)$	=	1758,11
λ. Sin θ	=	895,59

Erſter Werth für

$$T - t = \frac{\text{Sin}\,\theta}{H - h} \cdot \left\{ -882{,}205 \right\} \text{ St.}$$

= — 0,42461 Stund.

= — 0 St. 25′ 28,6″

Zweyter Werth für

$$T - t = \frac{\text{Sin}\,\theta}{H - h} \cdot \left\{ 2589{,}655 \right\} \text{ St.}$$

= 1,2464 Stunden

= 1 St. 14′ 47,0″

Fortsetzung der Tafel XXV.

Erster Werth für	*Erster Werth für*
T = t + 0 St. 6′ 43,668″	T = t − 0 St. 25′ 28,6″
= 20 St. 21′ 29″ + 6′ 43,7″	= 22 St. 21′ 15″ − 0 St. 25′ 28,6″
= 8 Uhr 28′ 12,7″ Morg.	= 9 Uhr 55′ 46.4″ Morg.
dies ist der falsche Werth für T, weil er nicht mit der ☌☉☽, 9 Uhr 56′ 24,5″ Morg. Prager Zeit, wie sie aus den Tafeln ohngefähr gefunden wird, harmonirt.	der richtige Werth.
Zweyter Werth für	*Zweyter Werth für*
T = t + 1 St. 35′ 45,6″	T = t + 1 St. 14′ 47,0″
= 9 Uhr 57′ 14,6″ Morg.	= 11 U. 36′ 2,0″ Morg.
dies ist der richtige Werth.	der falsche Werth.

Oder man hat überhaupt 4 Werthe für die Zeit der wahren ☌☉☽

2 aus dem Anfange der ☉fi.	2 aus dem Ende der ☉fi.
I. 8 Uhr 28′ 12,7″ Morg.	III. 9 Uhr 55′ 46,4″ Morg.
II. 9 57 14,6 —	IV. 11 36 2,0 —

darunter die beyden einander ziemlich gleichen Werthe II und III die *wahre Zeit der wahren* ☌ anzeigen. Da diese hier nicht ganz gleich sind, so giebt das Mittel

$$\frac{9\text{ U. }57'\ 14{,}6'' + 9\text{ U. }55'\ 46{,}4''}{2}$$ d. i.

9 Uhr 56′ 30,5″ Morg. *wahre Zeit der wahren ☌☉☽ aus der Beobachtung.*

Weitere Ausführung

der Lehre von den

Mondfinsternissen.

Eine ☽finſterniſs nach Lamberts Methode zu berechnen und zu entwerfen.

§. 38.

Lambert trägt dieſe Methode in ſeinen Beyträgen zur Mathematik, Theil 2. Abſchnitt 2. X., Seite 706 — 719. §. 106 — 124 vor. Jch werde ſie ſogleich auf die erſte Mondfinſterniſs 1791 den 18 April anwenden. Das *Beyſpiel nach Lamberts Methode* auf Tafel XXVI enthält die Berechnungen für die Elemente dieſer ☽finſterniſs zu deren Erläuterung folgendes dient:

Anweiſung zur Berechnung der Elemente einer ☽finſterniſs aus Lamberts Tafeln für die Neu- und Vollmonde, Sonnen- und ☽finſterniſſe, etc

1) Man nimmt aus der erſten Tafel für das ſich darin befindende nächſt kleinere Jahr 1788

Arg. lat. $= \Omega + 2' 14''$
die Tage vom Ende des Jahrs $=$ — 43T. 12St. 17′ 41″
den mittlern Ort der ☉ $=$ 8Z. 7° 46′ 18″
Anom. ☉ $= a =$ 4Z. 28° 25′ 47″
und Anom. ☽ $= M =$ 9Z. 23° 31′ 14″

2) Man ſubtrahirt 1788 von dem gegebenen Jahre 1791; mit dem Reſt $= 3$ geht man in die zweyte Tafel und ſchlägt darin das 3te Jahr auf.

3) Hierbey zeigt ſich, daſs der Neumond No. 29 ekliptiſch iſt, weil dieſer nun dem ☌ vorhergeht, und No. 30 auf ☌ folgt, ſo iſt der zwiſchen beyde fallende Vollmond ekliptiſch, und folgendergeſtalt zu finden:

4) Man nimmt die bey N. 29. ſtehenden Angaben:

Arg. lat ☽ = ☌ — 10° 33′ 16″
Tage vom Ende des Jahrs = 125T. 21St. 17′ 24″
Long ☉ = 4Z. 4° 5′ 44″
Anom. ☉ = a = 4 4 3 10
Anom. ☽ = M = 0 28 41 13

und ſchreibt ſie unter eben die (in 1) aus der erſten Tafel für 1788 genommenen, hierauf addirt man beyde zuſammen, ſo ergeben ſich die Angaben für denjenigen ekliptiſchen Neumond, auf welchem der ekliptiſche Vollmond folgt, den man zu wiſſen verlangt.

5) Nun ſchlägt man eben die zu Ende der zweyten Tafel ſtehenden 5 Angaben für $\frac{1}{2}$, von jedem Neumond bis zum nächſten Vollmonde, auf, und addirt ſie zu den vorhergehenden Summen (in 4); ſo bekömmt man eben dieſe Angaben, für den geſuchten mittlern Vollmond, der eine ☽finſterniſs mit ſich bringen wird. Bey dieſen Rechnungen iſt zu merken, daſs ☊ = 0Z. und ☌ = 6Z. folglich wird ſeyn:

☊ + ☌ = 6Z = ☌
und ☌ + ☌ = 0Z = ☊

6) Aus den (1 bis 5) angeſtellten Berechnungen hat ſich demnach ergeben:

I ☊ + 4° 49′ 5″; der ☽ iſt alſo um 4° 49′ 5″ nach oder über ☊
II 97T. 3St. 21′ 44″; vom Anfang des J. 1791, Biſſextilform, mittlere Zeit, und Pariſer Uhr.
III 0Z. 26° 25′ 14″; Länge der ☉ nach ihrer mittlern Bewegung.
IV 9 17 2 6; Mittlere Anomalie der ☉ = a
V 5 5 6 57; Mittlere Anomalie des ☽ = M

7) Hieraus findet man ferner, für den Vollmond 6Z. 26° 25′ 14″ Länge des ☽ nach seiner mittlern Bewegung;

und 6Z. 26° 25′ 14″ — (☊ + 4° 49′ 5″)
= 6Z. 26° 25′ 14″ — ☊Z. — 4° 49′ 5″
= 6Z. 21° 36′ 9″ Länge des ☊ nach seiner mittlern Bewegung.

8) Um die Bissextilform (6. II) in gemeine Jahrform zu verwandeln, addirt man hier nach der zu Ende der zweyten Tafel gegebenen Vorschrift 18 St. zu 97 T. 3 St. 21′ 44″, weil das Jahr 1791 das 3te nach dem Schaltjahr ist. Soll nun der Vollmond z. E. für Berlin berechnet werden, welcher Ort von Paris ostwärts liegt, und also nach der vierten Tafel 44′ 25″ mehr als Paris zählt, so addirt man zu letzterer Summe noch diese 44′ 25″, welches demnach giebt:

97T. 22St. 6′ 9″; oder nach der dritten Tafel:
April 6T. 22St. 6′ 9″; d. h.

der *mittlere* Vollmond fällt zu Berlin nach dem alten Kalender und in mittlerer Zeit, 1791 auf den 7. April des Morgens um 10 Uhr 6′ 9″.

9) Nunmehro sucht man die Zeit zwischen dem mittlern und wahren Vollmonde. Hiezu werden die Argumente für die 5te, 6ste, 7te, 8te und 9te Tafel folgendergestalt gefunden:

Für die 5te Tafel: Anom. med. ☽ = M = 5Z. 5° 6′ 57″
— 6 — — — ☉ = a = 9 17 2 6
— 7 — An. ☉ + An. ☽ = a+M = 2 22 9
— 8 — An. ☉ − An. ☽ = a−M = 4 11 55
— 9 — 1) An. ☉ + 2 An. ☽ = a+2M = 7 27 16
— — — 2) An. ☉ − 2 An. ☽ = a−2M = 11 6 48
— — — 3) 2 (☽ — Ω) — M = 7 4 31
— — — 4) 2 (Ω — ☉) = 11 20 22
— — — 5) M = 5 5 7

Rechnung.

M = 5Z. 5° 6′ 57″	☽ = 6Z 26° 25′ 14″	Ω = 6Z 21° 36′ 9″
mult. mit 2	Ω = 6 21 36 9	☉ = 0 26 25 14
2M = 10 10 13 54	☽ − Ω = 0 4 49 5	Ω − ☉ = 5 25 10 55
add. a = 9 17 2 6	× 2	× 2
a+2M = 7 27 16	2(☽ − Ω) = 0 9 38 10	2(Ω − ☉) = 11 20 22
a−2M = 11 6 48	M = 5 5 6 57	
	2 (☽ — Ω) — M = 7 4 31	

Mit diesen Argumenten ergeben sich:

Positive Gleichungen				Negative Gleichungen			
Aus Taf. 5:		+ 3 St.	49′	29″	Aus Taf. 7:	—	6′	56″
— 6		3	56	58	— — 8		7	51
— 9	Kol. 1	0	0	44	— — 9	Kol. 5	0	47
— — —	2	0	0	13	Summe der neg Gl.		− 15	34
— — —	3	0	1	4				
— — —	4	0	0	15				
Sum. d. pos. Gl.		+ 7	48	43				
Sum. d. neg. Gl.		− 0	15	34				
Sum. der 9 Gl.		+ 7	33	9				

Zeit zwischen dem mittlern und wahren Vollmonde.

10) Hier zeigt sich also, dass der *wahre* Vollmond oder die ☾ in Orbita 7 St. 33′ 9″ nach dem mittlern, oder April 6 T. 22 St. 6′ 9″ } d. i.
+ 7 33 9 }
1791 den 7ten April Abends um 5 Uhr 39′ 18″ nach Berliner Uhr, dem alten Kalender und mittlerer Zeit sich ereigne.

11) Aus der 10ten Tafel werden nun für die Zeit zwischen dem mittlern und wahren Vollmond = + 7 St. 33′ 9″ die mittlern Bewegungen genommen und zusammengerechnet. Da hier der wahre Vollmond sich nach dem mittlern ereignet, so sind alle Bewegungen *addirend*, die für den ☊ ausgenommen, weil derselbe sich rückwärts bewegt. Man findet demnach aus Tafel 10:

Für	☊	☉	☿	An. ☽	☽
+ 7 St.	− 56″	+ 17′ 15″	+ 17′ 15″	+ 3° 48′ 38″	+ 3° 50 35″
+ 33′	− 4	+ 1 21	+ 1 21	+ 0 17 58	+ 0 18 7
+ 9″	− 0	+ 0 0	+ 0 0	+ 0 0 5	+ 0 0 5
Sum.	− 1′ 0″	+ 18 36	+ 18 36	+ 4 6 41	+ 4 8 47

12) Diese mittlern Bewegungen werden dann, ihren positiven und negativen Zeichen gemäs, zu ☊, ☉, ☿, M und ☽ (in 6 und 7) gesetzt, wodurch sich demnach ergiebt *für die mittlere Zeit der wahren ☾ in Orbita* April 7. 5 U. 39′ 18″:

6	Z.	21°	36′	9″	—	1′ 0″
0		26	25	14	+	18 36
9		17	2	6	+	18 36
5		5	6	57	+ 4°	6 41
6		26	25	14	+ 4	8 47

d. i.

6Z. 21° 35′ 9″ = ☊′ reduzirte mittlere Länge des ☊
0 26 43 50 mittlere Länge der ☉
9 17 20 42 anom. med. ☉ = a′
5 9 13 38 anom. med. ☽ = M′
7 0 34 1 mittlere Länge des ☽ = ☽′.

13) Die 11te Tafel giebt mit dem Argument Anom. med. ☉ = a′, die Gleichung des Mittelpunkts der Sonne = + 1° 49′ 45″, welche demnach zur mittlern Länge der ☉ = 0Z. 26° 43′ 50″ addirt, für ihren wahren Ort oder ☉v = 0Z. 28° 33′ 35″, und für den wahren Ort des Vollmonds in Orbita oder ☽v = 6Z. 28° 33′ 35″ giebt.

14) Mit Arg. I. = Anom. med. ☉ = a′
und Arg. II. = Long. ver. ☉ = ☉v
ſucht man aus der 12ten Tafel die beyden Theile der Zeitgleichung:

— 7′ 19″ mit Arg. I = a′
+ 8 7 mit Arg. II = ☉v

die Summe: + 0′ 48″ giebt die Gleichung der Zeit, welche die mittlere auf die wahre Zeit bringt. Addirt man daher dieſe 0′ 48″ zu der mittlern Zeit der wahren ☌ in Orbita: April 7. 5 Uhr 39′ 18″ (in 10) ſo ergiebt ſich: 1791 April 7. 5 Uhr 40′ 6″ Abends für den wahren Vollmond oder die ☌ in Orbita, Berliner Uhr nach dem alten Kalender und in wahrer Zeit; oder wegen der Kalenderverbeſſerung 11 Tage addirt

1791 April 18. 5 Uhr 40′ 6″ Abends
☌ in orbita Berolin. Temp. ver. Styl. Gregor.

Dieſe Zeit auf jeden andern Ort zu reduziren, gebraucht man die Zeit des Mittagsunterſchiedes zwiſchen Berlin und dem Ort für welchen die Zeit der ☌ verlangt wird.

15) Die 13te Tafel, welche zum Arg. Anom. med. ☉ = a′ hat, giebt die Gleichung für ☊: — 9′ 45″; und demnach ☊′ — 9′ 45″ = 6Z. 21° 25′ 24″ = ☊v den wahren Ort des ☊. Endlich iſt (13) ☽v — ☊v = 0Z. 7° 8′ 11″ das wahre Arg. lat.

16) Mit diesem wahren Arg. lat. ergiebt sich aus der 14ten Tafel : — 1′ 43″ Red. ad Ecl. und aus der 15ten Tafel: + 37 15 latit. ☽. Bey letzterer Gleichung zeigt das + Zeichen an, dafs die Breite des ☽ Nördlich ist; und aus der ersten Gleichung erhellet, dafs die Länge des Mondes in der Ekliptik kleiner als die Länge der Sonne ist, dafs demnach die ☌ in der Ekliptik nach der ☌ in Orbita sich ereignet oder letztere jener vorangeht.

17) Die Tafeln 16, 17, 18, 19, 20, deren Argumente aus den (in 12) gefundenen Stücken ☊′, a′, M′, ☽′ formirt werden, geben folgende Elemente:

Taf. 16 + 3′ 28″ für die stündl. Zunahme der Nö. ☽breite
Da nun + 37 15 die Breite zur Zeit der ☌ ist, so ist
+ 40 43 die Breite eine Stunde nachher.
Taf. 17 + 37 48 die stündliche Bewegung des ☽ in orbita
— — 18 61 14 die parallaxis aequatoria
— — 19 16 42 der Halbmesser des ☽
— — 20 15 58 der Halbmesser der ☉
— — — 2 26 die stündliche Bewegung der ☉
— — 19 45 26 der Halbmesser des Erdschattens, wobey die Parallaxe der ☉ = 10″ gesetzt worden.

Hiezu gehören folgende Rechnungen.

☽′ = 7☌ 0° 34′	7☌ 0° 34′ = ☽′	☽′ − ☊′ = 0☌ 8° 59′
☊′ = 6 21 35	− 6 21 35 = ☊′	M′ = + 5 9 14
M′ = 5 9 14	0 8 59 = ☽′ − ☊′	☽′ − ☊′ + M′ = 5 18 13 zweytes Argum. für die 16 Taf. Kol. 2 welches die Gleichung = + 20″ giebt.
	+ 6	
VI + ☽′ − ☊′ = 6 8 59 erstes Argument für die 16te Tafel Kol. 1 welches die Gleich. = + 3′ 5″ giebt.		

☽′ — Ω′ = 0Z 8° 59′	+ 3′ 5″ Taf. 16. Kol. 1
M′ = — 5 9 14	+ 20 — — 2
☽′–Ω′–M′=6 29 45	+ 3 — — 3
drittes Argument für d. 16 Taf. Kol. 3 welch. d. Gl. = + 3″ giebt.	+ 3 28 Increm. latit. horar. ☽.

M′ = 5Z 9° 14′ giebt die Gleich. + 37′ 49″ + 2″ Taf. 17
a′ = 9 17 21 — — — 1″ — Kol. 1

M′–a′=7 21 53
+ 6

VI + M′ — a′ = 1 21 53 — — 2 — 2
M′ + a′ = 2 26 35 — 0 — 3
III + M′ = 8 9 14 — — 0 — 4

— 3 + 37 51
— 3
+ 37 48 Hor. ☽ in orb.

61′ 14″ = par. ☽
+ 10 = par. ☉

61 24 = par. ☽ + par. ☉
— 15 58 = Semid. ☉

45 26 = Semidiam. umbrae. Taf. 19 I° nach der gemeinen Bestimmung des Erdschattens.

Nachdem man solchergestalt die zur Verzeichnung und Berechnung der Finsterniss nöthigen Stücke aus den Mondstafeln berechnet hat, entwerfe man sich die Finsterniss auf folgende Art

18) Man verfertige sich einen Maasstab, auf die Art wie P in Fig. VIII ist, welcher einzelne Minuten und die Sekunden von 4 zu 4 angiebt.

19) Man ziehe ebendaselbst eine gerade Linie AB d.i. die Ekliptik, in welcher C. für den Mittelpunkt des

Erdschattens angenommen wird, aus dem man mit dem Halbmesser des Erdschattens AC = CB = 45′ 26″ von dem Maasstab P genommen, den Kreis A x y B beschreibt. Rechter Hand bey B schreibe man Osten, und linker Hand oder bey A Westen, oben Norden und unten Süden.

20) Aus dem Mittelpunkte des Erdschattens C errichte man auf die Linie AB das Perpendikel CN.

21) Die Reduktion des ☽ auf die Ekliptik = — 1′ 43″, von dem Maasstab P genommen, wird, weil sie *negativ* ist, vorwärts von C nach D d. i. *nach Westen zu* getragen, und alsdann wird DF mit CN parallel gezogen.

22) Nun nimmt man die Breite des ☽ = + 37′ 15″ von dem Maasstabe P, und trägt sie, weil sie *positiv* oder Nördlich ist, heraufwärts, *über AB nach Norden zu*, von D aus bis in L.

23) Die stündliche Zunahme der Nördlichen ☽-breite = + 3′ 28″ wird ebenfalls von dem Maasstab P genommen, und weil sie *positiv* ist, von L aus aufwärts *nach Norden zu*, bis in F auf die Linie DL getragen.

24) In dem Punkte F wird FH auf DLF senkrecht oder mit CB parallel gezogen.

25) Hierauf trägt man den Unterschied zwischen der stündlichen Bewegung des ☽ und der ☉ = 37′ 48″ — 2′ 26″ = 35′ 22″ von dem Maasstab P abgenommen, aus L in H gegen Osten, weil die ☽breite zunimmt; und ziehet durch diese Punkte L und H eine gerade Linie von unbestimmter Länge bLHc, welche die relative ☽bahn vorstellt; in ihr bedeutet also die begrenzte Linie LH die stündliche Bewegung des Mondes von der Sonne.

26) Diese Linie LH wird nun in 60 Minuten eingetheilt, wie bey Q zu sehen ist.

27) Der Punkt L in der ☽bahn trift auf die Zeit, da die ☌ in Orbita sich ereignet, d. i. (nach 14) auf 1791 April 18. 5 Uhr 40′ 6″ Ab. Berliner Uhr, wahrer Zeit, neuen Kalenders.

28) Zieht man Ca auf die relative ☽bahn bLHc ſenkrecht, ſo fällt in a der Punkt der gröſsten Verfinſterung oder das Mittel der ☽finſterniſs; wenn man daher La auf dem Maaſsſtabe Q miſst, ſo ergiebt ſich ihr Werth = 3′ 30″; der ☽ wird alſo, da er ſich in der Richtung von a nach L, d. h. von Weſten gegen Oſten bewegt, um 3′ 30″ früher in a als in L ſeyn, hierdurch ergiebt ſich die Zeit des Mittels um

5 Uhr 40′ 6″ } = 5 Uhr 36′ 36″ Abends für Berlin.
— 3 30 }

29) Nun trägt man die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ = 45′ 26″ + 16′ 42″ = 62′ 8″, oder die Länge von RT, aus C nach b und c der ☽bahn, ſo giebt die Zeit in b den Anfang, und die Zeit in c das Ende der ☽finſterniſs, wenn man ab = ac auf dem Maaſsſtabe Q miſst, und für den Anfang von der Zeit des Mittels in a ſubtrahirt, für das Ende aber zu der Zeit des Mittels addirt. Gegenwärtige Zeichnung giebt auf dieſe Art ab = ac = 1 St. 24′ 20″; demnach iſt die Zeit des Anf. um 5 U. 36′ 36″ } = 4 U. 12′ 16″ Ab.
— 1 24 20 } für Berlin;

und die Zeit des End. um 5 U. 36′ 36″ } = 7 U. 0′ 56 Ab.
+ 1 24 20 } für Berlin.

Die Dauer beträgt alſo 2 St. 48′ 40″; nach der gemeinen Beſtimmung des Erdſchattens,

30) Aus den Punkten a, b und c beſchreibe man die ☽ſcheibe mit ihrem Halbmeſſer = 16′ 42″ von dem Maaſsſtab P genommen, ſo ſieht man wie der ☽ beym Anfang und Ende der Finſterniſs den Erdſchatten berührt, und wie tief er ſich im Mittel der Finſterniſs bey a in den Erdſchatten einſenkt. Die Linie man durch den Mittelpunkt des ☽ miſst alsdann die Gröſse der Verdunkelung am Monde. Sie beträgt auf dem Maaſsſtab RS gemeſſen, 8 Zoll 56 $\frac{2}{3}$ Minuten. Aus der Zeichnung erhellet endlich noch, daſs die Verfinſterung am Südlichen Theile des Mondes vorgeht.

31) Wenn man noch überdies Anfang, Mittel, Ende und Gröfse der ☽finfternifs aus dem vorhergehenden Entwurfe Fig. VIII durch Rechnung finden will, nehme man alle gegebene Gröfsen oder Elemente als *pofitiv* + an, denn die Zeichen + — bey einigen derfelben CD, DL und LF beziehen fich blos auf die verfchiedenen Lagen diefer Linien in der Projektion. Das Verfahren bey der folgenden Rechnung und der erklärten Verzeichnung ift übrigens allgemein, und gilt auch bey totalen Mondfinfterniffen. Die *Berechnung* anzuftellen dienet folgendes:

Wie die Werthe von LHF, CN, LN, Na und Ca trigonometrifch aus Fig. VIII herzuleiten find. Aehnlicher Schlüffe kann man fich bey jeder vorfallenden Mondfinfternifs bedienen, wenn man nur die Figur, wie man fie für jeden Fall entworfen, dabey zu Rathe ziehet.

I. *LHF zu finden.*

32) LHF ift mit dem Winkel einerley, den die Ekliptik mit der relativen Mondbahn macht, folglich wird FLH oder 90° — LHF der Winkel diefer Mondbahn mit dem Breitenkreife feyn. Um LHF zu finden find in dem bey F rechtwinklichten Dreieck FLH

die Hypothenufe LH, d. i. die ftündliche Bewegung des ☽ von der ☉, und

die Seite LF, d. i. die ftündl. Zunahme der Nö. ☽breite bekannt, es läfst fich alfo hieraus durch die Trigonometrie der gefuchte Winkel LHF beftimmen, wenn man fetzt:

$$LH : LF = 1 : \text{Sin } LHF$$

demnach ift $\text{Sin } LHF = \frac{LF}{LH}$,

II. CN zu finden.

33) Der Winkel LNC = GNH = FLH = 90° — LHF (32); Zieht man Lr parallel mit FG oder CD, so wird

Lr = CD oder der Reduktion des ☽ auf die Eklipt.; Es ist demnach in dem bey r rechtwinklichten Dreieck LrN, der Winkel NLr = LHF und die Seite Lr = CD bekannt, woraus sich die Seite Nr durch folgende Proportion ergiebt:

Lr oder CD : Nr = 1 : Tang LHF
Demnach Nr = CD Tang LHF

Nun ist CN = Cr + rN
= DL + rN
Folglich CN = DL + CD. Tang LHF
wo DL die ☽breite ist.

III. LN zu finden.

34) $LN^2 = Lr^2 + Nr^2 = CD^2 + CD^2 \text{ Tang}^2 LHF = CD^2 (1 + \text{Tang}^2 LHF) = CD^2 . \text{Sec}^2 LHF$. Folglich

LN = CD. Sec LHF.

IV. Na zu finden.

35) In dem bey a rechtwinklichten Dreieck CNa ist bekannt:

CN die Hypothenuse, und
NCa = LHF

folglich kann man setzen:

1 : Sin LHF = CN : Na
dies giebt Na = CN . Sin LHF.

V. Ca zu finden.

36) $Ca^2 = CN^2 - Na^2 = CN^2 - CN^2 \text{ Sin}^2 \text{ LHF}$
$= CN^2 (1 - \text{Sin}^2 \text{ LHF}) = CN^2 . \text{Cosin}^2 \text{ LHF}$ demnach
$Ca = CN . \text{Cosin LHF}.$

Rechnung für die ☽fi. 1791 den 18. April Berl. Uhr.

37) Hier iſt Fig. VIII.

CD = 1′ 43″ = 103″ Redukt. auf die Ekl.
DL = 37 15 = 2235 Mondsbreite.
LF = 3 28 = 208 Stündliche Veränderung der ☽breite.
LH = 35 22 = 2122 Stündl. Bewegung des ☽ von der ☉.
AC = 45 26 = 2726 Halbm. des ♁ſchatt. nach der gem. Beſt.
cd = 16 42 = 1002 ☽halbmeſſer
AC + cd = Cc = 62 8 = 3728 Summe der Halbm. des ♁ſchatt. und ☽.

Demnach I. $\text{Sin LHF} = \frac{LF}{LH} = \frac{208}{2122} = 0{,}0980207$

$\text{LHF} = 5^\circ\ 37'\ 31''$

II. CN = DL + CD . Tang LHF = 2245″
III. LN = CD . Sec LHF = 103
IV. Na = CN . Sin LHF = 220
V. Ca = CN . Coſin LHF = 2234

38) Aus der Figur erhellet, daſs der verfinſterte Theil oder die Gröſse der ☽finſterniſs

$mn = an + am = an + Cm - Ca$
$= cd + AC - Ca$
$= Cc - Ca$
$= 1494''$

Demnach, weil man die Gröfse in Zollen und Minuten des ☽durchmeſſers auszudrücken pflegt:

cd oder 1002″ : 6 Zoll = mn oder 1494″ : *Gröſse der ☽finſterniſs* 8 Zoll 56,8′

39) Um LN und Na in Zeit zu verwandeln, ſetzt man:

LH : 1 St. = LN : LN in Zeit
d. i. 2122″ : 3600″ = 103″ : 175″ = 2′ 55″

LH : 1 St. = Na : Na in Zeit
d. i. 2122″ : 3600″ = 220″ : 373″ = 6′ 13″

40) Es durchläuft alſo der Mond

LN in 2′ 55″ add. zu ☽in L um 5 U. 40′ 6″ ☌ in Orb	Na in 6′ 13″ ſubtr. von ☽in N um 5 U. 43′ 1″
☽in N um 5 U. 43′ 1″ Ab. d. i. die Zeit der ☌ in der Ekliptik.	☽in a um 5 U. 36′ 48″ Ab. d. i. die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder des Mittels der ☽finſterniſs.

41) Endlich findet ſich

$$ab = ac = r(Cc^2 - Ca^2) = r\overline{(Cc+Ca)\,(Cc-Ca)}$$
$$= 2984''$$

welches durch folgende Proportion in Zeit verwandelt wird:

LH : 1 St. = ab oder ac : ab oder ac in Zeit
d. i. 2122″ : 3600″ = 2984″ : 5062″ = 1 St. 24′ 22″

42) Es durchläuft alſo der Mond ab = ac in 1 St. 24′ 22″ dies giebt die halbe Dauer der ☽finſterniſs; und daher iſt die völlige Dauer 2 St. 48′ 44″. Ferner giebt

☽in a — 1 St. 24′ 22″ den Anfang der ☽finſterniſs in b um 4 Uhr 12′ 26″ Ab.
☽in a + 1 St. 24′ 22″ das Ende der ☽finſterniſs in c um 7 Uhr 1 10 Ab.

Alles für Berlin und nach der gemeinen Bestimmung des Erdschattens,

43) Vergleicht man diese durch Rechnung erhaltenen Resultate mit denjenigen welche die Zeichnung Fig. VIII gegeben hat, so ergeben sich folgende geringe Unterschiede:

	Anfang	Mittel	Ende	Dauer	Grösse
Rechnung	4 U. 12′ 26″	5 U. 36′ 48″	7 U. 1′ 10″	2 St. 48′ 44″	8 Z. 56,8′
Zeichnung	4 12 16	5 36 36	7 0 56	2 48 40	8 56,7
Unterschied	10′	12″	14″	4″	0,1′

44) Nach der Mayerischen Berechnung des Erdschattens, Lamberts Beyträge Tafel 19, ist Halbmesser des Erdschattens oder

$$AC = \frac{61}{60}\,(\text{parall. } ☽ + \text{parall. } ☉) - \text{Semid. } ☉$$

$$= \text{parall. } ☽ + \text{parall. } ☉ - \text{Sem. } ☉ + \frac{1}{60}(\text{parall. } ☽ + \text{parall. } ☉)$$

$$= 45' 26'' + \frac{1}{60}\,(61' 14'' + 10'')$$

$$= 46' 27'' = 2787''$$

und $AC + cd = Cc = 2787'' + 1002'' = 3789''$. Folgl.
$mn = Cc - Ca = 1555'' = 9$ Zoll 19′ Gröfse der ☽fi.
Fern. $ab = ac = r(Cc^2 - Ca^2) = ^{\circ}\ 3060'' = 5191''$
Zeit = 1 St. 26′ 31″ und 2. ab oder die Dauer der ☽fi. = 2 St. 53′ 2″. Endlich giebt

☽ in a — 1 St. 26′ 31″ den Anfang der ☽finsterniss in b um 4 Uhr 10′ 17″ Ab.
☽ in a + 1 St. 26′ 31″ das Ende der ☽finsterniss in c um 7 Uhr 3′ 19″ Ab.

ebenfalls für Berlin. Die Rechnung giebt also, wenn

man die Mayerische Bestimmung des Erdschattens dabey zum Grunde legt:

Anfang	Mittel	Ende	Dauer	Grösse
4U. 10′ 17″	5 U. 36′ 48″	7 U. 3′ 19″	2St. 53′ 2″	9Zoll 19′

§. 39.

Auf eine ähnliche Art ist die partiale Mondfinsternifs 1793 in der Nacht vom 25. auf den 26. Februar Fig. IX construirt worden. Zu dieser Construction dienen folgende Elemente, die ebenfalls aus Lamberts Tafeln in den Beyträgen berechnet worden sind.

1) Halbm. des Erdsch. nach Mayer = 39′ 22″ = AC
2) Reduktion des ☽ auf die Eklipt. = + 1 49 = CD
3) Breite des Mondes = 39 40Sü. = DL
4) Stündl. Abn. der Südl. ☽breite = 2 46 = LF
5) Untersch. der stündl. Bew. v. ☉ u. ☽ = 27 39 = LH
6) ☍ in Orbita 1793 Febr. 25. 11 U. 28′ 40″ Ab. ☽ in L Leipziger Uhr, wahrer Zeit, neu. Kalend.
7) Summe der Halbm. d. Erdsch. u. ☽ = 54 14 = Cc
8) Halbmesser des Mondes = 14 52 = cd

Aus diesen Elementen ergeben sich folgende Stücke der Berechnung:

I. LHF = 5° 45′; II. CN = 2391″; III. LN = 109″; IV. Na = 239″; V. Ca = 2379″. Ferner
mn = 875″ = 5 Zoll 53′ Gröfse der ☽finsternifs.
LN oder 109″ } beträgt in Zeit { 3′ 57″
Na oder 239 } { 8 39

Folglich giebt ☽ in L — 3′ 57″ = ☽ in N um 11 Uhr 24° 43″ Ab. d. i. die Zeit der ☍ in der Ekliptik; und ☽ in N + 8′ 39″ = ☽ in a um 11 Uhr 33′ 22″ Ab.

d. i. die Zeit der gröfsten Verfinsterung oder des Mittels der ☽finsterniſs. Die Verfinsterung geſchiehet am nordl. Theile des Mondes.

Ferner ist ab oder ac $= r(Cc^2 - Ca^2) =$ ☉ 2220″ $=$ 1 St. 20′ 17″ die halbe Dauer der ☽finsterniſs, und daher die völlige Dauer $=$ 2 St. 40′ 34″. Endlich

☽ in a — 1 St. 20′ 17″ $=$ ☽ in b um 10 Uhr 13′ 5″
Ab. d. i. der Anfang der ☽finsterniſs
☽ in a + 1 St. 20′ 17″ $=$ ☽ in c um 0 Uhr 53′ 39″
Früh den 26. Febr. d. i. das Ende der ☽finsterniſs.

Die Rechnung giebt alſo für Leipzig wenn man die Mayeriſche Beſtimmung des Erdſchattens dabey gebraucht:

Anfang	Mittel	Ende	Dauer	Gröſse
10 U. 13′ 5″ Ab.	11 U. 33′ 22″ Ab.	0 U. 53′ 39″ Fr.	2 St 40′ 34″	5 Z. 53′ am Nü☽rande
den 25. Febr.		den 26. Febr.		

§. 40.

Herr *Oberreit* hat im Leipziger Magazin der Mathematik, Jahrg. 1788 St. 2. Lamberts Tafeln für die ekliptiſchen Neu- und Vollmonde, nach der neuern Londner Ausgabe der Mayeriſchen Mondstafeln von 1770 verbeſſert, und auf den Berliner Meridian gerichtet, herausgegeben. Aus dieſen Tafeln ergeben ſich für die totale Mondfinsterniſs 1794 den 14. Febr. Nachts folgende Elemente, wie aus dem Oberreits Tafeln angehängten zweyten Beyſpiele zu erſehen iſt, und nach dieſen Elementen iſt auch dieſe ☽fi. Fig. X verzeichnet worden.

1) Halbm. des ☽schatt. nach May. verb. = 39′ 9″ = AC
2) Redukt. des ☽ auf die Ekliptik = + 0 3 = CD
3) Breite des Mondes = 1′ 27″ Sü. = DL
4) Stündl. Abnahme der Südl. ☽breite = 2′ 46″ = LF
5) Unterſch. der ſtündl. Bew. v. ☉ u. ☽ = 27 20 = LH
6) ☍ in Orbita 1794 Febr. 14. 10 U. 54′ 7″ Ab. ☽ in L Leipziger Uhr, wahr. Zeit, neu. Kalender.
7) Summ. der Halbm. des ☽ſchatt. u. ☽ = 53′ 57″ = Cc
8) Halbmeſſer des Mondes = 14 48 = cd
9) Unterſchied der Halbmeſſer des ☽ſchatt. und ☽ = 24′ 21″ = AC — cd

Um die Zeiten der Immerſion und Emerſion zu finden, nimmt man die Berechnung in §. 38 Num. 41 und 42 noch einmal vor, und ſetzt anſtatt Cc den Unterſchied zwiſchen dem Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes, oder AC — cd aus Num. 9 des gegenwärtigen §; dies giebt alsdann die halbe Dauer der totalen ☽finſterniſs oder $a\beta = a\gamma = \sqrt{(AC-cd)^2 - Ca^2}$ woraus ferner der Anfang der Immerſion oder der totalen ☽finſterniſs in β, und das Ende der gänzlichen Verfinſterung oder die Emerſion in γ, ſo wie auch die Dauer der totalen Finſterniſs geſchloſſen wird.

Vorbereitungsrechnungen.

CD = 3″	I. $\sin LHF = \frac{LF}{LH} = \frac{166}{1640}$
DL = 87	$LHF = 5^\circ\ 48'\ 34''$
LF = 166	II. CN = DL + CD . Tang LHF = 87,3″
LH = 1640	III. LN = CD . Sec LHF = 3,0
AC = 2349	IV. Na = CN . Sin LHF = 8,8
cd = 888	V. Ca = CN . Cos LHF = 86,8
Cc = 3237	
AC-cd 1461	

Rechnung für die Gröſse der Dfinſterniſs.

Verfinſt. Theil $\alpha\zeta$, Cc — Ca = 3150,2″
cd od. 888″ : 6 Zoll = Cc — Ca oder 3150,2″ : 21 Zoll 17′ d. i. die Gröſse der Mondfinſterniſs.

Rechnung für das Mittel der Finſterniſs.

LHod.1640″:1St.od.3600″ = { LN od.3″ : LN in Z. = 6,6″ / Na od.8,8″ : Na in Z. = 19,3

☽ in L — LN = 10 U. 54′ 7″ Ab. ☌ in Orbita — 6,6″
= 10 U. 54′ 0″ Ab. ☌ in der Eklipt. = ☽ in N.
☽ in N + Na = 10 U. 54′ 19″ Ab. d. i. die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder des Mittels der Dfinſterniſs = ☽ in a.

Rechnung für den Anfang, das Ende und die Dauer der Finſterniſs.

$\gamma(Cc^2 - Ca^2)$ = ab oder ac = ⌒ 3235,8″
LH oder 1640″ : 3600″ = ⌒ 3235,8″ : ab oder ac in Zeit = 7103″ =
1 St. 58′ 23″ d. i. die halbe Dauer der Dfinſterniſs.
Folgl. 3 St. 56′ 46″ die völlige Dauer der Dfinſterniſs.

☽ in a — ab in Zeit = ☽ in b um
8 Uhr 55′ 56″ Ab. d. i. der Anfang
☽ in a + ac in Zeit = ☽ in c um 12 Uhr 52′ 42″ Ab. oder 0 Uhr 52′ 42″ Früh den 15 Febr. d. i. das völlige Ende der Dfinſterniſs.

Rechnung für die Immersion, Emersion und Dauer der totalen Dfinsterniſs.

$\sqrt{(AC-Cd)^2-Ca^2} = a\beta$ oder $a\gamma = \mathfrak{m}$ 1458,4″
LH oder 1640″ : 3600″ = m 1458,4″ : aβ oder aγ in Zeit = 3201″ = 0 St. 53′ 21″ d. i. die halbe Dauer der totalen Dfinsterniſs. Folglich 1 St. 46′ 42″ die Dauer der totalen Dfinsterniſs.

D in a — aβ in Zeit = D in β um 10 U. 0′ 58″ Ab. d. i. der Anfang der totalen Finsterniſs;

D in a + aγ in Zeit = D in γ um 11 U. 47′ 40″ Ab. d. i. das Ende der totalen Mondfinsterniſs.

Die Rechnung giebt also für Leipzig:

Ab. den 14. Febr.

Anfang	8 U. 55′ 56″
Immersion	10 U. 0′ 58″
Mittel	10 U. 54′ 19″
Emersion	11 U. 47′ 40″
Dauer der total. Dfinsternisſs	1 St. 46′ 42″
Ende	0 U. 52′ 42″
fr. den 15. Febr.	
Dauer	3 St. 56′ 46″
Gröſse	21 Z. 17′ Nördl.

Ein anderes Verfahren Mondfinsterniſſe zu verzeichnen und zu berechnen.

§. 41.

Ich wende daſſelbe sogleich auf die partiale Dfinsterniſs in der Nacht vom 25 auf den 26ten Febr. 1793 an, deren Elemente bereits in §. 39 angegeben worden sind, wo ebendieſelbe Finsterniſs conſtruirt und be-

rechnet worden ist, doch auf eine andere Art, als ich jetzt erklären werde.

Beschreibung der Fig. XI.

1) Man stellt sich vor, als wenn der ☽ an einer Stelle unbeweglich stünde, und läßt den Erdschatten sich in einer mit der ☽bahn gezogenen Parallellinie, in entgegengesetzter Richtung, nemlich von Morgen gegen Abend, vor den Mond vorüber bewegen.

2) Von dem angenommenen Maasstabe wird aus o mit dem Halbmesser des ☽ = 14′ 52″ die Figur des Mondes beschrieben. Oben schreibt man Norden, unten Süden, zur Rechten Westen und zur Linken Osten.

3) Durch den Mittelpunkt des Mondes o zieht man einen Durchmesser desselben, der eine Parallellinie mit der Ekliptik ist, und auf diesen Durchmesser setzt man von dem Mittelpunkt des ☽ aus, eine aufwärtsgehende Perpendikularlinie.

4) Die Reduktion des ☽ auf die Ekliptik ist 1′49″ und zwar positiv. Diese 1′ 49″ nimmt man von dem Maasstab ab, und trägt sie aus dem Punkt o nach n gegen Westen.

5) Von n aus wird aufwärts nach Norden zu eine senkrechte Linie auf den mit der Ekliptik parallelen ☽durchmesser gezogen.

6) Und auf diese Linie trägt man von n aus bis in g die Breite des ☽ = 39′ 40″ Südlich (nemlich der Mittelpunkt des Erdschattens ist um so viel nördlicher und daher muss hier die ☽breite aufwärts nach Norden zu getragen werden).

7) Die stündliche Abnahme der Südlichen ☽breite ist = 2′ 46″, also nimmt die Entfernung der Mittelpunkte ab, und es werden diese 2′ 46″ von dem Maasstab genommen, aus g weiter unterwärts bis nach e getragen.

8) Nun ſetzt man von e aus auf die Linie n e gegen Weſten eine andere Linie e m ſenkrecht.

9) Nimmt alsdann die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ☉ = 27′ 39″ von dem Maaſsſtab

10) Und beſchreibt mit dieſer Weite aus dem Punkt g, gegen Weſten einen kleinen Bogen, welcher die kurz vorher gezogene ſenkrechte Linie e m in dem Punkte m durchſchneidet.

11) So giebt die durch dieſen Durchſchnittspunkt m und den Punkt g gezogene gerade Linie, eine mit der ☽bahn parallel gehende Linie, welche in der gegenwärtigen Projektion, die *Bahn des Erdſchattens* vorſtellt.

12) Bey g ſchreibt man die Zeit der Oppoſition des ☽ und der ☉ in Orbita, Ab. 11 Uhr 28′ 40″ oder 11 Uhr 29′.

13) Und trägt von dieſem Punkte g aus die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ☉ = 27′ 39″ einigemal auf die Bahn des Erdſchattens, vor und rückwärts.

14) Wodurch dieſe Bahn in Stunden eingetheilt iſt, und leicht weiter in Minuten eingetheilt werden kann. Hier iſt die Bahn des Erdſchattens von 6 zu 6 Minuten eingetheilt.

15) Der Punkt f in der Bahn des Erdſchattens giebt die Zeit der Oppoſition von ☽ und ☉ in der Ekliptik, um 11 Uhr 25′.

16) Fällt man aus dem Mittelpunkte o des ☽ auf die Bahn des Erdſchattens eine Perpendikulatlinie, oh; ſo zeigt dieſe im Punkte h auf der Bahn des Erdſchattens die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder das Mittel der ☽finſterniſs an, um 11 Uhr 33′ 30″

17) Von dem Maaſsſtabe nehme man die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ = 54′ 14″, und ſetze den einen Fuſs des Zirkels in den Mittelpunkt des ☽ in o: ſo wird der andere da, wo er die Bahn des Erdſchattens in den Punkten { b und c } durch-

schneidet, { den Anfang und das Ende } der Dfinsterniſs { um 10 U. 13′ Ab. und um 0 Uhr 53′ früh } anzeigen.

18) Wenn alſo der Mittelpunkt des Erdſchattens in ſeiner Bahn in dem Punkte b ſich befindet, um 10 Uhr 13′ Abends, ſo fängt der Rand des Erdſchattens an, den ☽ an der Oſtſeite in i zu verfinſtern; und wenn eben dieſer Mittelpunkt des Erdſchattens in den Punkt c, um 0 Uhr 53′ früh gekommen iſt, ſo tritt der ☽ in k völlig aus dem Erdſchatten wieder heraus.

19) Um die Verfinſterung einzelner Zolle zu finden, nehme man von dem Maaſsſtab für den *Durchmeſſer* des ☽ = 29′ 44″ *in* 12 *Zolle eingetheilt*, die Gröſse eines Zolles;

20) Und trage ſolchen von den Punkten b und c aus, die in der Bahn des Erdſchattens liegen, auf die Linien b i o und c k o { einigemal oder 12mal } gegen den Mittelpunkt des Mondes o.

21) Nehme alsdann die Weite oI, und beſchreibe aus o auf beyden Seiten einen Bogen I q, welcher da, wo er in der Bahn des Erdſchattens eintrift, d. i. in q die Zeit anzeiget, { 10 Uhr 21′ 30″ Ab. 0 Uhr 45′ fr. } wenn 1 Zoll beym { Anfang Ende } verfinſtert iſt.

22) Auf gleiche Art verfahre man mit II, III, IV Zoll und den übrigen.

23) Nimmt man die Weite oh oder von o bis V Zoll 45′; ſo wird der damit beſchriebene Bogen l 45, h, 45 die Bahn des Erdſchattens in dem Punkte h nur berühren, und daher die Grenzen angeben, über welche diesmal die Verfinſterung am ☽ nicht geht. Folglich iſt der verfinſterte Theil am nördl. ☽rande, oder die Gröſse der Finſterniſs 5 Zoll 45′.

24) Die Verfinsterungen einzelner Zolle habe ich der Projektion beygeschrieben, und zwar nach der Zeit des Leipziger Meridians.

25) Dies alles läfst sich nun auch durch leichte trigonometrische Rechnungen mit mehrerer Genauigkeit bestimmen als die vollkommenste Projektion angiebt. Man sehe Num. 26 — 32. Inzwischen giebt die gegenwärtige Projektion:

Anfang der Finsternifs um 10 Uhr 13′ Abends

Zunehmend	I Zoll verfinstert	10	21½	—
	II — —	10	30½	—
	III — —	10	40	—
	IV — —	10	51½	—
	V — —	11	5½	—
Die gröfste Verfinster.	V — 45′ —	11	33½	—
Abnehmend	V — —	0	1 Morg.	26 Feb.
	IV — —	0	15½	—
	III — —	0	27	—
	II — —	0	36	—
	I — —	0	45	—
Ende der Finsternifs		0	53	—
Gänzliche Dauer		2 Stunden	40	

26) Bey der trigonometrischen Rechnung kommt alles darauf an, die Linie o h d. i. die kürzeste Entfernung der Mittelpunkte des Schattens und Mondes zu finden. Hiezu ist in dem Dreieck g e m, das in e rechtwinklicht ist, bekannt: g e = 2′ 46″ Num. 7
g m = 27 39 — 9 und 10
woraus sich der Winkel g m e durchfolgende Proportion ergiebt: g m : g e = 1 : Sin g m e
od. 27′ 39″ : 2′ 46″ = 1 : Sin g m e = 5° 45′

Wenn der Winkel gme durch diese Rechnung gefunden worden ist, so ziehe man gy parallel mit me; alsdann ist in dem Dreieck fyg das in y rechtwinklicht ist, bekannt:

der Winkel fgy = gme
und gy = on = Red. ☽ ad eclipt. = 1′49″ Num. 4

folgl. läst sich hieraus die Linie fy durch folgende Proportion finden:

1 : Tang fgy = gy : fy = 11″

Ist fy bekannt, so ergiebt sich

of = oy + fy = ng + fy
= lat. ☽ + fy
= 39′ 40″ + fy = 2391″ Num. 5 u. 6.

Der Winkel foh ist = fgy = gme

Daher läst sich in dem Dreieck fho, das in h rechtwinklicht ist, die Seite oh folgendergestalt berechnen:

1 : Cosin foh = of : oh = 2379″ das ist die kürzeste Entfernung der Mittelpunkte.

27) Will man die Zeit der Opposition von ☉ und ☽ in der Ekliptik, das ist die Zeit in f haben; so hat man $fg = r(fy^2 + gy^2) = r(fy^2 + on^2)$ in Bogen, oder fg : gy = 1 : Cos fgy dies giebt fg = gy . Sec fgy = ⌒ 109″ alsdann setzt man

gm oder 27′ 39″ : 1 St. od. 3600″ = ⌒ fg : fg in Zeit = 3′ 57″, welche man von der Zeit der ☌☽☉ in Orbita; das ist von 11 Uhr 28′ 40″ subtrahirt um die Zeit der ☌☽☉ in der Ekliptik 11 Uhr 24′ 43″ zu finden. (Num. 15.)

28) Die Zeit der grösten Verfinsterung oder des Mittels in h zu finden, dient eben dieses Dreieck fho. Alsdann ist

$$\frown fh = r(fo^2 - oh^2) = r\sqrt{(of+oh)(of-oh)}$$

oder 1 : Sin foh = of : fh = of . Sin foh = ⌢ 239″ und gm : 1 St. = ⌢ fh : fh in Zeit = 8′ 39″ welche zur Zeit in f, der ☌☽⊙ in der Eklipt. addirt, die Zeit in h od. die Zeit des Mittels der ☽fi. 11 U. 33′ 22″ angiebt. (Num 16.)

29) Ist die Zeit des Mittels in h bekannt, so läfst sich auch Anfang in b und Ende in c der ☽fi. finden. Nemlich ⌢ hb = hc = $r(ob^2 - oh^2)$

$$= r\sqrt{(ob+oh)(ob-oh)} = 2220''$$

wo ob = Halbm. des ♁schatt. + ☽halbm. = 54′ 14″

Alsdann setzt man

gm od. 27′ 39″ : 1 St. od. 3600″ = ⌢ hb : hb od. hc in Zeit = 1 St. 20′ 17″; Folglich giebt die

Zeit des Mittels ∓ hb in Zeit = {Zeit des Anfangs 10 Uhr 13′ 5″ Ab.

Zeit des Mittels + hc in Zeit = {Zeit des Endes der ☽fi. 0U. 53′ 39″ fr. d. 26 F.

(Num. 17.)

30) Die Gröfse der ☽fi. zu finden, hat man ob = ol + lb = oh + lb ; folglich

lb d. i. der verfinsterte Theil oder die Gröfse der ☽finsternifs = ob — oh

= ☽halbm. + Halbm. des ♁schatt. — kürz. Abst.

= 875″

Wenn solchergestalt lb gefunden ist, so setzt man

☽halbmesser oder 14′ 52″ : 6 Zoll = lb : Gröfse der ☽fi. in Zollen und Minuten = 5 Zoll 53′ (Num. 23.)

31) Um die Zeit zu finden, wenn I Zoll verfinstert ist, setzt man o q = o b — b I od. o c — c I = o b — 1 Zoll = ☽halbm. + Halbm. des ⊕schatt. — $\frac{1}{6}$ ☽halbm.

$= 54' 14'' - \frac{14' 52''}{6}$; und so findet sich

$\frown hq = r(oq^2 - oh^2) = r\overline{(oq + oh)(oq - oh)}$

Hat man $\frown$ hq, so setzt man

gm od. 27′ 39″ : 1 St. od. 3600″ = $\frown$ hq : hq in Zeit verwandelt, und daher giebt:

Zeit des Mittels — hq in Zeit = 1 Zoll verfinstert um . . . zunehmend.
Zeit des Mittels + hq in Zeit = 1 Zoll verf, um . . . abnehmend.

Man sehe Num. 19 — 21.

32) Für die Verfinsterung von 2 Zollen ist

ou = o b — b II
= o b — 2 Zoll
= o b — 2 . $\frac{1}{6}$ ☽halbm.

Für die 3zollige Verfinsterung ist

ow = ob — 3. $\frac{1}{6}$ ☽halbm.

Für 4 Zoll, ox = ob — 4 . $\frac{1}{6}$ ☽halbm.

u. s. w. (Num. 22.)

33) Beschreibt man endlich in der Projektion mit dem Halbmesser des Erdschattens bi oder ck aus den Punkten q, u, w, x, u. s. w. der Bahn des Erdschattens, wo die aus I, II, III, IV u. s. f. gezogenen

Bogen dieselbe berühren, auf der Scheibe, Kreisbogen:

I, I; II, II; III, III; IV, IV; u. s. w.

1, 1; 2, 2; 3, 3; 4, 4; u. s. w.

so erhält man auf derselben Abschnitte, welche die Grösse des verfinsterten Theils am ☽, wenn 1, 2, 3, 4 Zoll u. s. w. beym Anfang und Ende verfinstert sind, vorstellen. Die zunehmenden Phases sind mit römischen Zifern, und die abnehmenden mit arabischen bemerkt. Der mit dem Halbmesser des Schattens aus h stärker beschriebene Bogen V. 45′ zeigt die grösste Phasis od. den ☽ im Mittel, in seiner grösten Verdunkelung.

Nach eben diesem Verfahren kann, wie Fig. XII zeigt, die totale Mondfinsterniss den 14. Febr. Nachts 1794, von der §. 40. schon eine Construction und Berechnung mitgetheilt worden ist, verzeichnet und berechnet werden. Nemlich:

§. 42.

1) Aus o wird mit der Grösse des ☽halbmessers = 14′ 48″ die ☽scheibe beschrieben.

2) Oben setzt man *Norden*, unten *Süden*, rechter Hand *Westen*, und linker Hand *Osten*.

3) Durch den Mittelpunkt des ☽ in o zieht man zwey Durchmesser desselben so, dass sie auf einander senkrecht stehen, $\delta\mu$ und $\gamma o\alpha$.

4) Die Reduktion auf die Ekliptik ist = 0′ 3″ *positiv*, daher trägt man diese von dem Punkt o aus gegen Westen bis in n.

5) Von n aus wird aufwärts nach Norden zu eine Perpendikularlinie auf $\delta\mu$ gezogen.

6) Und auf diese Linie (die in der gegenwärtigen Projektion wegen der geringen Reduktion o n, mit γ o

in eine einzige zusammenfällt) wird alsdann von n (oder hier von o) aus bis nach g (oder f) die Sü. Dbreite n g (oder hier o f) = 1′ 27″ getragen.

7) Die stündliche Abnahme der Südlichen Dbreite = 2′ 46″ wird aus g (od. hier f) weiter unterwärts bis in e getragen, g e (oder hier f e) = 2′ 46″.

8) Nun setzt man von e aus auf die Linie n e (oder hier o e) gegen Westen eine andere Linie e m senkrecht.

9) Nimmt alsdann die stündl. Bewegung des D von der ☉ = 27′ 20″

10) Und beschreibt mit dieser Weite aus dem Punkte g (oder hier f) nach Westen zu einen kleinen Bogen, welcher die kurz vorher gezogene senkrechte Linie e m in dem Punkt m durchschneidet.

11) So giebt die durch diesen Punkt m und durch g (oder hier f) gezogene gerade Linie, die Bahn des Erdschattens.

12) Bey g (oder hier f) schreibt man die Zeit der ☌ D ☉ in Orbita, Abends um 10 Uhr 54′ (und auch noch hier die ☌ D ☉ in der Ekliptik, da beyde jetzt in Minuten zusammentreffen).

13) Und trägt von g (oder hier von f) aus, die stündliche Bewegung des D von der ☉ = 27′ 20″ einigemal auf die Bahn des Erdschattens, vor und rückwärts.

14) Wodurch diese Bahn in Stunden eingetheilt wird, und alsdann in Minuten eingetheilt werden kann. Hier ist es von 6 zu 6 Minuten geschehen.

15) Der Punkt f in der Bahn des Erdschattens (wenn er von g weiter absteht als hier) giebt die Zeit der ☌ D ☉ in der Ekliptik, um 10 Uhr 54′.

16) Fällt man aus dem Mittelpunkt o des Mondes auf die Bahn des Erdschattens eine Perpendikularlinie

oh, so zeigt diese im Punkte h auf der Bahn des Erdschattens die Zeit der grösten Verfinsterung oder das Mittel der Mondfinsternifs an, um 10 Uhr 54′.

17) Von dem Maafsstabe nehme man die Summe der Halbmesser des Erdschattens und des Mondes = 53′ 57″ und setze den einen Fufs des Zirkels in den Mittelpunkt des Mondes in o, so wird der andere da, wo er die Bahn des Erdschattens in den Punkten { b / c } durchschneidet, { Anfang / Ende } der Mondfinsternifs { um 8 Uhr 56′ Ab. d. 14. Febr. / um 0 Uhr 52½ fr. d. 15. Febr. } anzeigen.

18) Wenn also der Mittelpunkt des Erdschattens in seiner Bahn in dem Punkte b um 8 Uhr 56′ Abends sich befindet, so fängt der Rand des Erdschattens an, den Mond an der Ostseite in i zu verfinstern; und wenn eben dieser Mittelpunkt des Erdschattens in den Punkt c um 0 Uhr 52½′ fr. gekommen ist, so tritt der Mond in k völlig aus dem Erdschatten wieder heraus.

§. 41. *Num.* 19 *bis* 22 wird sich leicht auf die gegenwärtige totale ☽fi. appliziren lassen, wie aus der Projektion erhellet.

23) Beschreibt man aus h mit dem Halbmesser des Erdschattens einen Kreis durch α, so stellt dieser den Umfang des Erdschattens im Mittel der Finsternifs vor, und γ h α giebt die Gröfse der Finster. 21 Zoll 15′

§. 41. *Num.* 24 *bis* 33 *und die abnehmenden mit arabischen bemerkt* kann auf die gegenwärtige totale ☽fi. leicht angewendet werden.

Allgemeine Regeln zur Berechnung einer Mondfinſterniſs.

§. 43.

1) Aus der Zeit des Vollmonds oder der wahren Oppoſition, der Breite des Mondes für dieſe Zeit, der Neigung der relativen Mondbahn, und der ſtündlichen Bewegung des Mondes von der Sonne, ſucht man die Zeit des Mittels der ☽finſterniſs.

Das Mittel der ☽finſterniſs zu finden.

Man macht zuerſt folgende Proportion: der Halbmeſſer oder Sinus totus = r verhält ſich zum Sinus der Neigung der relativen ☽bahn, wie die ☽breite zu einer vierten Proportionalzahl, welche den Unterſchied zwiſchen dem Vollmond und Mittel der ☽finſterniſs in Theilen des Kreiſes ausdrückt.

Hierauf verwandelt man dieſen Unterſchied vermittelſt der ſtündlichen Bewegung des ☽ von der ☉ durch folgenden Anſatz in Zeit: wie die ſtündl. Bewegung des ☽ von der ☉ zu 1 Stunde oder 3600″, alſo der gefundene Unterſchied zur vierten Proportionalzahl, welche den Unterſchied zwiſchen dem Vollmond und Mittel der ☽finſterniſs in Zeit ausdrückt.

Dieſe Zeit {ſubtrahirt / addirt} man {von / zu} der Zeit des Vollmonds, wenn die ☽breite {zunimmt / abnimmt} ſo giebt die {Differenz / Summe} die Zeit der gröſsten Verdunkelung am Monde oder des Mittels der ☽finſterniſs.

Den kürzeſten Abſtand der Mondbahn vom Mittelpunkte des Erdſchattens zu beſtimmen.

2) Den Anfang, das Ende und die Gröſse der Verfinſterung zu finden, dienet der kürzeſte Abſtand der Mittelpunkte des Erdſchattens und des Mondes, welcher ſich durch nachfolgende Proportion ergiebt: der Halbmeſſer oder Sin. totus verhält ſich zur Breite des Mondes, wie der Coſinus der Neigung zum kürzeſten Abſtande.

Anfang und Ende der ☽finſterniſs zu finden.

3) Wenn die Zeit des Mittels der Finſterniſs, der kürzeſte Abſtand der Mittelpunkte des Erdſchattens und ☽, der Halbmeſſer des Erdſchattens, und der Halbmeſſer des ☽ gegeben ſind, ſo läſst ſich hieraus der Anfang und das Ende der Finſterniſs beſtimmen.

I. Man ſucht die halbe Dauer der ☽finſterniſs in Theilen des Kreiſes auf folgende Weiſe:

Die Summe des Halbmeſſers des Erdſchattens, des ☽halbmeſſers, und des kürzeſten Abſtandes, wird mit der Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes weniger dem kürzeſten Abſtand multiplizirt; das erhaltene Produkt iſt dem Quadrate der halben Dauer der ☽finſterniſs, in Theilen des Kreiſes, gleich woraus ſich alſo vermittelſt der Logarithmen dieſe halbe Dauer finden läſst.

II. Die gefundene halbe Dauer der ☽finſterniſs, in Theilen des Kreiſes, wird durch folgende Proportion in Zeit verwandelt:

Die stündliche Bewegung des ☽ von der ☉ verhält sich zu 1 Stunde oder 3600″ wie die halbe Dauer der ☽finsternifs in Theilen des Kreises, zur halben Dauer in Zeit.

III. Die halbe Dauer der ☽fi. in Zeit, von der Zeit des Mittels der Finsternifs subtrahirt, giebt den Anfang, und zu der Zeit des Mittels addirt, das Ende der ☽finsternifs.

Den Anfang und das Ende der totalen Verdunkelung zu bestimmen.

4) Bey totalen Mondfinsterniffen hat man noch zwey andere Erscheinungen zu suchen, die Immersion und Emersion, oder die 2 Augenblicke da der ☽ gänzlich in den Erdschatten eintritt, und nachdem er ganz darin versenkt gewesen ist, wiederum aus demselben heraus zu treten anfängt. Die Regel, nach welcher hier gerechnet wird, ist folgende:

I. Man sucht den Unterschied zwischen dem Halbmesser des Erdsch. und dem Halbm. des ☽; {add. dazu, u. / subtr. davon} den kürzesten Abstand der ☽bahn vom Mittelpunkte des Erdschattens; die Summe mit der Differenz multiplizirt, giebt das Quadrat der halben Dauer der totalen Verdunkelung in Theilen des Kreises.

II. Diese halbe Dauer wird vermittelst der stündl. Bewegung des ☽ von der ☉ in Zeit verwandelt.

III. Die halbe Dauer der totalen Verdunkelung in Zeit, von der Zeit des Mittels der ☽finsternifs subtrahirt giebt die Zeit der Immersion oder den Anfang der totalen Verdunkelung; und zu der Zeit des Mittels addirt, die Emersion oder das Ende der totalen Verdunkelung am Monde.

Die Gröſse der ☽fi. in Zollen und Minuten anzugeben.

5) Der verfinſterte Theil des Mondes oder die Gröſse der Verfinſterung in Theilen des Kreiſes iſt allezeit der Summe der Halbmeſſer des ☽ und Erdſchattens weniger der kürzeſten Entfernung ihrer Mittelpunkte gleich. Es iſt aber eingeführt, dieſen Theil in Zollen oder 12theilen des ☽durchmeſſers, und in 60theilen der Zolle oder Minuten auszudrücken, welche Verwandlung demnach durch folgende Proportion gemacht wird:

{der ☽durchmeſſer verhält ſich zu 12 Zollen} wie der
{oder der ☽halbmeſſer zu 6 Zoll.}

verfinſterte Theil des ☽ in Theilen des Kreiſes zur Gröſse der ☽finſterniſs in Zollen und Minuten.

Hiebey iſt zu merken, daſs dieſe Regel, die Gröſse einer ☽fi. zu berechnen, ganz allgemein iſt, und allezeit ſtatt findet, es mag der Mittelpunkt des ☽ oder die ☽bahn auſſerhalb des Erdſchattens, oder in den Erdſchatten fallen, oder auch der ☽ ganz in den Schatten verſenkt, d. h. die Finſterniſs partial oder total ſeyn. Im letztern Falle wird die Gröſse der Verdunkelung durch mehr als 12 Zolle ausgedrückt, neml. derjenige Theil der Erdſchattens darunter mit begriffen, der ſich über den Mond erſtreckt.

Beyſpiel.

6) Für die totale ☽finſterniſs den 28 April 1790 haben ſich aus der Berliner Samml. aſtr. Tafeln folgende Elemente ergeben.

I) Wahre Zeit d. ☍☉☽ zu Berl. 0 U. 48′ 33″ fr. d. 29 Apr.
II) Südliche Breite des ☽, abnehm. 7′ 2″
III) Neigung der relativ. ☽bahn 5° 39 34

IV) Stündl. Bewegung des ☽ von der ☉ 35′ 19,3″.
V) Halbmeſſer des Erdſchattens, verbeſſ. 46 25
VI) ☽halbmeſſer 16 40

Dieſe dienen nun zur Berechnung auf folgende Art:

Rechnung für das Mittel der ☽finſterniſs.

r : Sin 5° 39′ 34″ = 7′ 2″ oder 422″ : x

Log 422 = 2,6253125
log Sin 5° 39′ 34″ = 8,9939447

Log x = 1,6192572
x = ° 41,6″

Es beträgt alſo der Unterſchied zwiſchen dem Vollmond und Mittel der ☽fi. in Theilen des Kreiſes 41,6″; und man ſetzt, um denſelben in Zeit zu verwandeln

35′ 19,3″ : 3600″ = 41,6″ : y = 70,7″ Zeit

Folglich iſt der Zeitraum zwiſchen der Oppoſition und dem Mittel der Finſterniſs = 70,7″ = 1′ 10,7″ oder 1′ 11″. Dieſe Gröſse wird, weil die ☽breite abnimmt und alſo der ☽ noch nicht zu ſeinem Knoten gekommen iſt, zu der Zeit der Oppoſition d. i. zu 0 Uhr 48′ 33″ fr. addirt, ſo ergiebt ſich das Mittel der ☽fi. um 0 Uhr 49′ 44″ fr. den 29 April nach der wahren Zeit zu Berlin.

Rechnung für den kürzeſten Abſtand.

r : 7′ 2″ oder 422″ = Cos 5° 39′ 34″ : z

Log Cos 5° 39′ 34″ = 9,9978779
log 422 = 2,6253125

Log z = 2,6231904
z = ° 419,9″

Folglich ist der kürzeste Abstand oder die kleinste Entfernung der Mittelpunkte des Erdschattens und Mondes = 419,9″ = 6′ 59,9″.

Rechnung für den Anfang und das Ende der ☽finsterniſs.

I. Für die halbe Dauer der Finsterniſs in Theilen des Kreises:

Halbmeſſ. des ⊕schatt. + ☽halbm.	=	63′ 5″
+ Kürzester Abstand	=	6 59,9
Summe	=	70 4,9 = 4204,9″
Unterschied	=	56 5,1 = 3365,1

folgl. 4204,9 . 3365,1 = (halbe Dauer der ☽fi.)²

Log 4204,9	= 3,6237557
log 3365,1	= 3,5269980
Summe	= 7,1507537
Hälfte	= 3,5753768
	= log 3761,6

Es ist demnach die gesuchte halbe Dauer der ☽finsterniſs in Theilen des Kreises = 3761,6″ = 62′ 41,6″

II. Für die halbe Dauer der ☽finsterniſs in Stunden, Minuten und Sekunden:

35′ 19,3″ : 3600″ = 3761,6″ : halb. Dau. der ☽fi. in Zeit
= 6389,7″
= 1 St. 46′ 29,7″

III. Für den Anfang, das Ende und die Dauer der ☽fi:

Zeit des Mittels	0 Uhr	49′	44″	fr. d. 29 April
∓ halbe Dauer	1 St.	46	29,7	
Anfang der ☽fi.	11 Uhr	3	14	Ab. d. 28 April
Ende der ☽fi.	2	36	14	fr. d. 29 April
Dauer der ☽fi.	3 St.	32	59.	

Rechnung für die Immerſion und Emerſion.

I. Für die halbe Dauer der totalen Finſterniſs in Theilen des Kreiſes:

Halbmeſſ. des Eſchatt. — ☽halbm.	=	29′ 45″
± Kürzeſter Abſtand	=	6 59,9
Summe	=	36 44,9 = 2204,9″
Unterſchied	=	22 45,1 = 1365,1

Folgl. 2204,9 . 1365,1 = (halbe Dauer der total. ☽fi.)²

Log 2204,9	=	3,3433889
log 1365,1	=	3,1351645
Summe	=	6,4785534
Hälfte	=	3,2392767
	=	log 1734,9

Es iſt alſo die halbe Dauer der totalen ☽finſterniſs in Theilen des Kreiſes = 1734,9″ = 28′ 54,9″

II. Für die halbe Dauer der total. ☽finſterniſs in Stunden, Minuten und Sekunden:

35′ 19,3″ : 3600″ = 1734,9″ : halb. Dau. d. tot. ☽fi. in Zeit
= 2947″
= 0 St. 49′ 7″

III. Für den Anfang, das Ende und die Dauer der totalen Verdunkelung:

Zeit des Mittels	0 Uhr	49′	44″	fr. d. 29 Ap.
∓ halbe Dauer d. tot. ☽fi.	0 St.	49	7	
Immerſion	0 Uhr	0	37	fr. d. 29 April
Emerſion	1	38	51	— —
Dauer der tot. ☽fi.	1 St.	38	14.	

Rechnung für die Gröſse der ☽finſterniſs.

Halbmeſſ. des Erdſch. + ☽halbm. = 63′ 5″
— Kürzeſter Abſtand = 6 59,9

Verfinſt. Th. des ☽ in Th. des Kreiſ. = 56′ 5,1″ = 3365,1″
33′ 19,5″ : 12 Zoll = 3365,1″ : Gröſse d. ☽fi. in Zo. u. Mi.
= 20 Zoll 11,7′

Es giebt alſo die Berechnung:

Anfang der ☽finſterniſs	11	U.	3′	14″	Ab.	d.	28 Apr.
Immerſion — — —	0		0	37	fr.	d.	29 Apr.
Mittel — — —	0		49	44	—		—
Gröſse 20 Zoll 11,7′ Nö.							
Emerſion — — —	1		38	51	—		—
Ende — — —	2		36	14	—		—
Dauer der total. Verdu.	1	St.	38	14			
Dauer der ☽finſterniſs	3		32	59			

7) Auf Fig. XIII wird dieſe ☽finſterniſs vorgeſtellt. Eine dergleichen Verzeichnung iſt ſchon an der ☽fi. im Dec. 1797 §. 13 — 15 erklärt worden, wo auch der Beweis der in dieſem § von Num. 1 — 5 gegebenen allgemeinen Regeln anzutreffen iſt, die übrigens ſich in folgende allgemeine Formeln einkleiden laſſen.

Heiſt die Zeit des Vollmonds = T
die Breite des Mondes = λ Sek.
die relativiſche Neigung = θ
die ſtündl. Beweg. des ☽ v. der ☉ = μ Sek.
ſo iſt, wenn die Breite des ☽ zunimmt

$$T - \frac{3600\,\lambda \operatorname{Sin}\theta}{\mu} \text{ Sek.}$$

und wenn die ☽breite abnimmt

$$T + \frac{3600\,\lambda \operatorname{Sin}\theta}{\mu} \text{ Sek.}$$

die Zeit der gröfsten Verfinfterung oder des Mittels der ☽finfterniſs, die nun = M feyn mag.

Verſteht man überhaupt unter Δ Sek.

I. Die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes, wenn die Zeit des Anfangs und Endes einer ☽finfterniſs beſtimmt werden ſoll.

II. Den Unterſchied der Halbmeſſer des Erdſchattens und ☽, wenn die Zeit der Immerſion und Emerſion bey totalen ☽finfterniſſen berechnet werden ſoll.

III. Die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes weniger

$$\left\{\begin{array}{l} 1 \text{ Zoll d. i.} \frac{1}{12} \text{ ☽durchmeſſ.} \\ 2 \;-\;- \frac{2}{12} \;-\;- \\ 3 \;-\;- \frac{3}{12} \;-\;- \\ \text{etc.} \\ 11 \;-\;- \frac{11}{12} \;-\;- \end{array}\right\}$$

wenn die Zeit, da 1, 2, 3 bis 11 Zoll am Monde, zunehmend und abnehmend, verfinſtert erſcheinen, geſucht wird.

So giebt allezeit

$$M - \frac{3600}{\mu} r \sqrt{(\Delta + \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)\ (\Delta - \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)}\ \text{Sek.}$$

die Zeit des Anfangs, und

$$M + \frac{3600}{\mu} r \sqrt{(\Delta + \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)\ (\Delta - \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)}\ \text{Sek.}$$

die Zeit des Endes einer ſolchen Phaſis.

Die Gröſse der ☽fi. wird in Minuten oder Sechzigtheilchen eines Zolles =

$$\frac{360}{\text{☽halbm.}^{\text{Sek.}}} \left(\frac{\text{Min.}}{\text{Halbm. d. Sch.} + \lambda\,\text{halbm.} - - \lambda . \mathrm{Cos}\,\vartheta\ \text{Sek.}} \right)$$

Eine andere allgemeine Berechnungsart nach Tempelhof Genaue Berechn. der ☉finſternisſe Seite 89 — 91.

8) Setzt man die wahre Zeit des Vollmonds, da ſich der ☽ in L (Fig. XIII) befindet = T.

Die wahre Breite des Mondes, Nördlich und poſitiv, = λ; für die Südliche ☽breite CL wird daher λ verneint ſeyn.

Die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und Mondes CJ = Δ.

Die ſtündliche Bewegung des Mondes von der Sonne KO = μ,

Den Winkel der Mondbahn mit dem Breitenkreiſe CLF = w; und wenn der Mond total verdunkelt wird

Den Unterſchied der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes, CE = ϑ; ſo iſt

Die Zeit des Anfangs der ☽fi.

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} + \sqrt{(\Delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\Delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right)\text{St.}$$

Die Zeit des Endes der ☽fi.

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} - \sqrt{(\Delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\Delta - \lambda.\,\text{Sin. w})}\right)\text{St.}$$

Die Zeit der Immerſion

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} + \sqrt{(\delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right)\text{Stu.}$$

Die Zeit der Emerſion

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} - \sqrt{(\delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right)\text{Stu.}$$

Die Gröſse der ☽fi. in Zollen =

$$\frac{6}{\text{☽halbmeſſer}}.\ (\Delta - \lambda\ \text{Sin w})$$

$$\text{oder}\ \frac{6}{\text{☽halbmeſſer}}.\ (\Delta - \varrho)$$

wo ϱ den kürzeſten Abſtand bedeutet, und durch

$$\text{Tang}\ \varrho = \text{Tang}\ \lambda.\ \text{Sin w}$$

gefunden wird. In dieſen 2 Formeln für die Gröſse der ☽fi. wird λ übrigens auch poſitiv angenommen, wenn gleich die ☽breite Südlich iſt. Der Winkel w muſs für die 4 erſten Formeln aus folgender Glei-

chung gefunden werden, in welcher v die ſtündliche Bewegung des ☽ in der Breite bedeutet;

$$\text{Tang } w = \frac{\mu}{v};$$

Wenn die ☽breite Nö. oder poſitiv iſt, und zunimmt, ſo iſt v poſitiv und w ein ſpitziger poſitiver Winkel: nimmt die Nördl. ☽br. aber ab, ſo iſt v negativ, und w wird ein ſtumpfer poſitiver Winkel. Iſt die ☽br. Südl. oder negativ, und nimmt zu, ſo iſt v wieder negativ und w ſtumpf und poſitiv: wenn aber die Sü. ☽br. abnimmt, ſo iſt v poſitiv und $w < 90°$ poſitiv. In den Formeln für die Gröſse der ☽fi. wird w allezeit $< 90°$ und poſitiv angenommen. Endlich iſt $\mu = H - h$; Seite 17. § 4.

Die Zeiten der Verfinſterungen von 1, 2, 3 Zoll etc. laſſen ſich aus den 4 erſten Formeln ebenfalls finden, wenn man nur darin anſtatt Δ oder δ, die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ weniger 1, 2, 3 Zoll etc. oder weniger $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$ .... des ☽durchmeſſers ſetzt.

Beyſpiel.

9) Für die totale Finſterniſs am 28. April 1790 iſt nach Num. 6 des gegenwärtigen §

$T = 0^{U.}\ 48'\ 33''$ fr. den 29. April;
$\lambda = -\ 7.\ 2. = -\ 422''$ .... log : 2,6253125
$\Delta = +\ 63.\ 5. = +\ 3785.$
$\mu = +\ 35.\ 9. = +\ 2109.$ .... log : 3,3240766
$\delta = +\ 29.\ 45. = +\ 1785.$
$\nu = +\ 3.\ 29. = +\ 209.$ .... log : 2,3201463

log Tang w = 11,0039303:
log Sin w = 9,9978779
log Cosin w = 8,9939447
log Tang λ = 7,3108879

$w = 84^{\circ}\ 20.\ 26.$

I. *Rechnung für die Zeit des Anfangs.*

$$\frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} + \sqrt{(\Delta + \lambda.\,\text{Sin w})(\Delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right) = \text{X}^{\text{St.}}$$

$$= \frac{\text{Sin w}}{2109}\left(-422.\,\text{Cos w} + \sqrt{(3785 - 422\,\text{Sin w})(3785 + 422\,\text{Sin w})}\right)$$

Log 422 = 2,6253125	log 422 = 2,6253125
log Cos w = 8,9939447	log Sin w = 9,9978779
Summe = 1,6192572	Summe = 2,6231904
= log 41,6157 folgl.	= log 419,943 folgl.
422. Cos w = 41,6157	422. Sin w = 419,943
	ſubtr. von ... 3785,000
	3785 — 422. Sin w = 3365,057
	3785 + 422. Sin w = 4204,943

Log 3365,1 = 3,5269980	Es iſt alſo der Werth der Wurzelgröſse in der Formel für X St. = 3761,6. Demnach
log 4204,9 = 3,6237557	
Summe = 7,1507537	
Hälfte = 3,5753769	
= log 3761,64	

$$X\,St. = \frac{Sin\,w}{2109}.\,(-41{,}6157 + 3761{,}6)$$

$= + \frac{Sin\,w}{2109}.\,3720$

$= + 1{,}75527$ Stund.

$= + 1$ St. $45' 18{,}97''$

Log Sin w	= 9,9978779
log 3720	= 3,5705429
Summe	= 3,5684208
log 2109	= 3,3240766
log 1,75527	= 0,2443442

und T — X St. d. i. die Zeit des Anfangs der Dfi.
= 0 Uhr $48' 33''$ fr. d. 29. Apr. — 1 St. $45' 18{,}97''$
= 11 Uhr $3' 14''$ Ab. den 28. April, wie Seite 130.

II. *Rechnung für die Zeit des Endes.*

Da ist

$$\frac{Sin\,w}{\mu}\left(\lambda.\,Cos\,w - \sqrt{(\Delta + \lambda.\,Sin\,w)\,(\Delta' - \lambda.\,Sin\,w)}\right) = Y^{St.}$$

$$= \frac{Sin\,w}{2109}\left(-422.\,Cos\,w - \sqrt{(3785 - 422\,Sin\,w)\,(3785 + 422\,Sin\,w)}\right)$$

$= \frac{Sin\,w}{2109}\,(-41{,}6157 - 3761{,}6)$

$= - \frac{Sin\,w}{2109}.\,3803{,}2$

$= - 1{,}79453$ Stund.

$= - 1$ St. $47' 40{,}3''$

Log Sin w	= 9,9978779
log 3803,2	= 3,5801492
Summe	= 3,5780271
log 2109	= 3,3240766
log 1,79453	= 0,2539505

Folglich ist T — $Y^{St.}$ oder die Zeit des Endes der Dfi.
= 0 Uhr $48' 33''$ fr. den 29. Apr. + 1 St. $47' 40''$
= 2 Uhr $36' 13''$ fr. den 29. April.

Dauer : 3 St. $32' 59''$
Halbe Dauer : 1 St. $46' 29{,}5''$
Anfang d. Dfi. + halbe Dauer der Dfi. od. Ende d. Dfi — halbe Dauer der Dfinsternifs giebt das
Mittel der Mondfi. um 0 Uhr $49' 43{,}5''$ fr. d. 29. Apr.

III. *Rechnung für die Immerſion.*

$$\frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w}+\sqrt{(\delta+\lambda\,\text{Sin w})\,(\delta-\lambda\,\text{Sin w})}\right)=\text{U St.}$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\left(-41{,}6157+\sqrt{(1785-419{,}943)(1785+419{,}943)}\right)$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\left(-41{,}6157+\sqrt{1365{,}1.\ 2204{,}9}\right)$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\,(-41{,}6157+1734{,}9)$$ Seite 129

$$=+\frac{\text{Sin w}}{2109}.\ 1693{,}3$$

$=+$ 0,79898 Stunden

$=+$ 0 St. 47′ 56,3″; dies ſubtrahirt von T, giebt

T — U St. = 0 Uhr 48′ 33″ fr. d. 29. Apr. — 0 St. 47′ 56″

= 0 Uhr 0′ 37″ fr. d. 29. Apr. die Zeit der Immerſion.

IV. *Rechnung für die Emerſion.*

$$\frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w}-\sqrt{(\delta+\lambda.\,\text{Sin. w})\,(\delta-\lambda.\,\text{Sin w})}\right)=\text{Z St.}$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\,(-41{,}6157-1734{,}9)$$

$$=-\frac{\text{Sin w}}{2109}.\ 1776{,}5$$

$=-$ 0,838236 Stunden

$=-$ 0 St. 50′ 17,6″. Folglich

T — Z St. = o U. 48′ 33″ fr. d. 29. Apr. + o St. 50′ 17,6″
= 1 Uhr 38′ 51″ fr. den 29. April, das ist die Zeit der Emersion.
Dauer der totalen Verdunkelung: 1 St. 38′ 14″

V. *Rechnung für die Gröfse der Mondfi.*

Erste Berechnungsart: Log λ = 2,6253125
log Sin w = 9,9978779
Summe = 2,6231904 = log 419,94

Also λ. Sin w = 419,94″

Zweyte Berechnungsart: Log Tang λ = 7,3108879
+ log Sin w = 9,9978779
log Tang ϱ = 7,3087658
ϱ = 6′ 59,9″ = 419,9″

Demnach die Gröfse der Mondfinsterniss:

$$\frac{6}{999,75}\cdot(3785 - 419,9)\text{ Zoll} = \frac{6.3365,1}{999,75}\text{ Zoll.}$$

$$= \frac{20190,6}{999,75}\text{ Zoll} = 20\text{ Zoll }11,7'.$$

1ρ) Des Herrn du Sejour analytische Formeln zu Berechnung einer Mondfinsterniss findet man in meiner *Darstellung der neuen Methode des du Sejour Sonnen- und Mondfinsternisse für einen gegebenen Ort analytisch zu berechnen* Seite 39 — 44.

Durch die Rechnung zu finden, in welchen Ländern der Erde eine Finsterniss sichtbar seyn wird.

§. 44.

1) Für den Anfang, die Immersion, das Mittel, die Emersion und das Ende der Finsterniss berechnet man vermittelst der stündlichen Bewegungen der ☉ und des ☽, den Ort der ☉ und des ☽ in der Ekliptik; desgl. aus der stündlichen Veränderung der ☽breite, die Breite des ☽.

2) Hieraus ergiebt sich für eben diese Zeitpunkte die gerade Aufsteigung der ☉, die Deklination des ☽ und die gerade Aufsteigung des ☽.

3) Die gefundene Deklination des Mondes ist die *Breite* oder Polhöhe desjenigen Orts auf der Erde, welchem im Anfange, oder bey der Immersion, beym Mittel etc. der ☽ im Scheitel stehet; es hat diese Breite mit der Deklination einerley Benennung.

4) Die Zeit des Anfangs, der Immersion, u. s. f. verwandelt man nun in Grade des Aequators, zu diesen addirt man die gerade Aufsteigung der ☉, so wird die Summe = der geraden Aufsteigung der Mitte des Himmels.

5) Nun untersucht man, ob der ☽ von demjenigen Meridian für welchen die Finsterniss berechnet worden ist, zu den verschiedenen Zeiten des Anfangs, der Immersion, etc. östlich oder westlich entfernt ist, welches aus der Kulminationszeit des ☽, verglichen mit der Zeit des Anfangs der Finsterniss, der Immersion, etc.

geſchloſſen wird. Im letztern Falle ſubtrahirt man die gerade Aufſteigung des ☽ von der geraden Aufſteigung der Mitte des Himmels; im erſten Falle aber ſubtrahirt man die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels von der geraden Aufſteigung des Mondes. So giebt in beyden Fällen der übrig gebliebene Reſt die Entfernung des ☽ von demjenigen Meridian, für welchen die Finſterniſs berechnet worden iſt, in Theilen des Aequators, d. i. den Längenunterſchied zwiſchen dem Ort für welchen die Finſterniſs berechnet worden iſt, und demjenigen Ort der Erde wo der ☽ alsdann im Zenith ſtehet.

6) Liegt letzterer Ort in Anſehung desjenigen Orts für welchen die ☽fi. berechnet worden iſt, gegen Morgen, ſo addirt man den gefundenen Längenunterſchied zur Länge desjenigen Orts für welchen die Finſterniſs berechnet worden iſt; liegt er aber gegen Abend, ſo ſubtrahirt man dieſen Unterſchied. In beyden Fällen wird durch die Summe oder den Reſt die *Länge* desjenigen Orts vom erſten Meridian bekannt, wo zur Zeit des Anfangs der ☽fi. der Immerſion etc. der ☽ im Scheitel ſtehet.

7) Dieſen Ort trägt man nach ſeiner Länge und Breite auf eine künſtliche Erdkugel, und ſtellt ihn unter das Zenith oder am höchſten, welches dadurch bewerkſtelliget wird, daſs man den Südpol der Erdkugel ſo viel über den Horizont derſelben erhöht, (oder den Nördlichen Pol um ſo viel unter den Horizont vertieft) als die Südliche Breite des Orts Grade und Minuten enthält; und den Nordpol der Erdkugel um ſo viel über den Horizont erhöht, (oder den Südlichen Pol ſo viel unter den Horizont vertieft) als die Nördliche Breite des Orts worüber der ☽ im Scheitel ſteht, Gr. und Minuten hat, und hierauf den nach ſeiner Länge und Breite aufgetragenen Ort unter den meſſingenen Meridian ſchiebt; ſo ſind alle über dem Geſichtskreiſe be-

findlichen Länder der Halbkugel, diejenigen, worinnen der Anfang der Finsterniſs oder die Immerſion, etc. ſichtbar iſt.

Beyſpiel.

8) Nach dieſen Regeln haben ſich folgende Reſultate für die totale Finſterniſs in der Nacht am 28 April 1790, die §. 43 Num. 6. für Berlin berechnet worden iſt, ergeben.

	Anfang	Immersion	Mittel	Emersion	Ende
Ort der ⊙	1 Z. 8° 44′ 58″	1 Z. 8° 47′ 19″	1 Z. 8° 48′ 29″	1 Z. 8° 49′ 38″	1 Z. 8° 52′ 0″
Ort des ☽	7 7 42 30	7 8 18 24	7 8 49 12	7 9 19 45	7 9 55 52
Breite d. ☽	Südl. 13 9	Südl. 9 49	Südl. 6 58	Südl. 4 8	Südl. 0 47
Ger. Aufst. d. ⊙	36° 22′ 0	36° 24′ 0″	36 25 0	36 26 0	36 28 0
Deklin. d. ☽	Sü. 14 18 0	Südl. 14 27 0	Südl. 14 34 0	Südl. 14 41 0	Südl. 14 49 0
Ger. Aufst. d. ☽	215 16 0	215 51 0	216 21 0	216 55 0	217 31 0
Ger. A. d. M. d. H.	202 10 0	216 33 0	228 51 0	241 9 0	255 32 0
Längenunt.	Oest. 13 6 0	We. 0 42 0	We. 12 30 0	We. 24 14 0	Westl. 38 1 0
Längen v. Ferro	44 9 0	30 21 0	18 33 0	6 49 0	353 2 0

Alle Länder der Erde, ohne Rechnung durch eine künstliche Erdkugel zu erfahren, worinnen eine Finsterniss gesehen werden kann.

§. 45.

1) Man bestimmt den Ort und die Breite des ☽ beym Anfange, im Mittel, beym Ende etc. der ☽finstern.

2) Nun führt man den Ort des ☽ in der Ekliptik so wohl beym Anfange, als im Mittel und am Ende der Finsterniss, unter den messingenen Meridian des Globus; den Ort des ☽ aber in seiner Bahn nimmt man um so viel über oder unter der Ekliptik an, als die Nördliche oder Südliche ☽breite austrägt.

3) Alsdann zählet man am messing. Meridian die Gradé, welche zwischen dem Aequator und dem Orte des ☽ entweder gegen Norden oder gegen Süden enthalten sind; so bekömmt man durch sie die Abweichung des ☽ für den angenommenen Zeitpunkt und dies ist die Breite oder Polhöhe desjenigen Orts, wo zu der Zeit der ☽ im Scheitel stehet.

4) Man richtet nunmehr den Globus nach dieser Polhöhe; wenn sie nördlich ist, so muss der Nordpol um so viel als sie beträgt über den Horizont erhöhet werden; ist sie aber südlich, so erniedriget man den Nordpol so viel unter den Horizont, oder erhöhet den Südpol um so viel über den Horizont, als diese südl. Polhöhe beträgt; und stellet hierauf den Weiser des Stundenringes auf die Zeit des Anfangs der Finsterniss, oder der Immersion, u. s. w. indem man zugleich den Ort (Leipzig oder Berlin) wofür man den Anfang etc. der ☽fi. berechnet hat, unter den messingenen Meridian führt.

5) Nun wird der Globus gegen Morgen herumgedrehet, so wie sich die Erde dreht, bis der Zeiger 12 Uhr weiset; so kommt die über den Horizont erhobene nächtliche Halbkugel völlig mit derjenigen überein, welche man aus dem Monde betrachtet übersehen würde.

6) Statt Num. 5 kann man auch folgendergestalt verfahren: Man bestimmt den Unterschied der Zeit, zwischen dem Anfang, oder einer Phasis, und der Mitternachtsstunde 12. Trifft die Phasis vor Mitternacht ein, so drehet man den Globus um den gefundenen Zeitunterschied gegen Abend; trifft sie aber nach Mitternacht ein, so drehet man den Globus um diesen Zeitunterschied gegen Morgen.

7) Nun sieht man nach, was für ein Ort der Erde unter dem messingn. Meridian bey der in Num. 3 gefundenen Nö. od. Sü. Deklination des ☽ (oder Breite des Orts) befindlich ist; so ist dieses der Ort der Erde, welchem der ☽ im Scheitelpunkt stehet; und der messingn. Meridian des Globus schneidet zugleich im Aequator, seine Länge vom ersten Meridian des Globus gezählet, ab.

8) Alle Oerter des Erdbodens nun, die sich alsdann auf der obern Halbkugel des Globus zeigen, sehen die Finsternis zur gegebenen Zeit des Anfangs, der Immersion, u. s. w.

9) Diejenigen so unter dem Zenith wohnen, sehen die Finsterniss alsdann gerade über ihren Häuptern, und die dort herum sich befinden, nicht weit davon. Es sehen sie die östl. Völker im Westen, und die westl. im Osten, die nördl. im Süden, und die südl. im Norden; denjenigen die nahe am Westhorizont, von Norden bis Abend und Süden wohnen, erscheint die Finsterniss beym Aufgange des ☽, wohnen sie aber am östl. Horizont von Norden gegen Osten bis Süden, so sehen sie den verfinsterten ☽ eben untergehen.

Beſtimmung

der

Länge eines Orts

aus

Beobachtungen der Sonnenfinſterniſſe

Zuſatz zu Seite 81

Beſtimmung der Länge von Leipzig aus der auf daſiger Sternwarte den 24 Jun. 1797 beobachteten Sonnenfinſterniſs.

Seite 39 bis 80 habe ich mich weitläuftig mit Berechnung der Erſcheinungen dieſer Sonnenfinſterniſs, ſowohl für die Erde überhaupt, als für Leipzig insbeſondere beſchäftiget. Die daſelbſt geführten Rechnungen gaben Seite 80 für die Ereigniſſe des Anfangs und Endes derſelben zu Leipzig Reſultate, welche mit der von mir nachher angeſtellten Beobachtung bis auf einige ganz geringe Unterſchiede übereinſtimmten, wie ich dies umſtändlicher in des Herrn Profeſſor Hindenburgs Archiv der Mathematik, Heft 6, Seite 255 angezeigt habe. Meine gegenwärtige Abſicht iſt, aus dieſer Beobachtung die wahre Länge von Leipzig zu beſtimmen, wozu folgende allgemeine Anweiſung dient, die auf jede zu berechnende Sonnenfinſterniſs anwendbar iſt.

§. 46.

Aus der Beobachtung einer Sonnenfinsterniſs die Zeit der wahren Zuſammenkunft des Mondes mit der Sonne herzuleiten, berechnet man aus den aſtronomiſchen Tafeln für den Augenblick der Beobachtung $= T$ (man ſehe folg. Num. 12.):

1) $L =$ wahre Länge des Mondes.
2) $B =$ wahre Breite des Mondes.
3) $H =$ ſtündliche Bewegung des Mondes in der Ekliptik.
4) $\pi =$ Horizontalparallaxe des Mondes unter dem Aequator.
5) $\frac{1}{2} d =$ Horizontalhalbmeſſer des Mondes.
6) $\lambda =$ mittlere Länge der Sonne.
7) $h =$ ſtündliche Bewegung der Sonne.
8) $\eta =$ Halbmeſſer der Sonne.
9) $t =$ Zeitgleichung.
10) $\nu =$ Horizontalparallaxe der Sonne.
11) $\pi'' = \pi - \nu$.
12) $T =$ Zeit der Beobachtung, in *mittlerer* aſtronomiſcher Zeit, und zwar des Mittagskreiſes der Tafeln, die man gebraucht, ausgedrückt.
13) $U =$ Zeit der Beobachtung, in *mittlerer* aſtronomiſcher Zeit des Beobachtungsortes.
14) $\sigma = U$ in Graden des Aequators.
15) $\mu = \sigma + \lambda$.
16) $\omega =$ Schiefe der Ekliptik.
17) $\varphi =$ Polhöhe des Beobachtungsortes.

Uebersicht der in §. 46. berechneten 17 Stücke.

Für den Anfang der ⊙finst.				Für das Ende der ⊙fi.			
U =	5 St.	34′	30″	7 St.	4′	14″	
T =	5.	38.	36.	7.	8.	20.	
t =	0.	2.	4.	0.	2.	4.	
L =	93°	40.	28.	94°	36.	23.	
B =	1.	0.	56. Nö,	1.	6.	1. Nö.	
H =	0.	37.	23,5.	0.	37.	23,5.	
π =	0.	61.	0.	0.	61.	0.	
$\frac{1}{2}$d =	0.	16.	37.	0.	16.	37.	
λ =	93.	18.	33.	93.	22.	14.	
h =	0.	2.	23.	0.	2.	23.	
η =	0.	15.	47.	0.	15.	47.	
ν =	0.	0.	8.	0.	0.	8.	
π″ =	0.	0.	3652.	0.	0.	3652.	
σ =	83.	37.	30.	106.	3.	30.	
μ =	176.	56.	3.	199.	25.	44.	
ω =	23.	28.	7.	23.	28.	7.	
φ =	51.	20.	50.	51.	20.	50.	

§. 47.

Nun berechnet man

18) φ' = verbesserte Polhöhe des Beobachtungsortes

durch folgende Formel:

$$\text{Tang}\,\varphi' = \frac{n^2}{m^2} \cdot \text{Tang}\,\varphi;$$

in welcher

19) $\frac{n}{m}$ = Verhältnifs der Erdaxen,

d. i. ein eigentlicher Bruch ist,

$$\text{z. E.} = \frac{177}{178}$$

$$\text{oder} = \frac{229}{230} \text{ nach Newton,}$$

$$\text{oder} = \frac{299}{300}$$

Hierauf ergiebt sich

20) $\varphi - \varphi' =$ Winkel der Vertikallinie mit dem Halbmesser der Erde für den Beobachtungsort, oder Unterschied zwischen der wahren und verbesserten Breite;

$$21)\ \varrho = \frac{\text{Halbmesser der Erde für den Beobachtungsort}}{\text{Halbmesser des Erdaequators}}$$

vermittelst folgender Formel:

$$\varrho = \sqrt{\left(\frac{\text{Cosin } \varphi}{\text{Cosin } \varphi' . \text{ Cosin } (\varphi - \varphi')}\right)}$$

man braucht aber für die folgenden Rechnungen nur $\log \varrho$ zu wissen.

Anmerkung.

Man kann sich auch, φ' und $\log \varrho$ zu finden, folgender drey Gleichungen bedienen:

$$\text{I. Tang } x = \frac{n}{m} . \text{ Tang } \varphi$$

$$\text{II. Tang } \varphi' = \frac{n}{m} . \text{ Tang } x$$

$$\text{III. } \varrho = \frac{\text{Cosin } x}{\text{Cosin } \varphi'}$$

Rechnung für φ' nach Num. 18. $\frac{n}{m} = \frac{299}{300}$ gesetzt.

Log 299 =	2,4756712
log 299 =	2,4756712
log Tang φ =	10,0970193
Summe =	15,0483617
log 300 =	2,4771213
Rest =	12,5712404
log 300 =	2,4771213
log Tang φ' =	10,0941191
φ' =	51° 9′ 38″
φ =	51. 20. 50.
$\varphi - \varphi'$ =	0. 11. 12.

Für die Abplattung $= \frac{1}{300}$ dient auch nächstfolgende Tafel um $\varphi - \varphi'$ zu finden. Nemlich

$\varphi = 51° 20' 50''$ oder $= 51,35°$

gesetzt, giebt diese Tafel:

$1° : 5,3'' = 0,35° : 1,9''$

$51° \ldots 11' 14,1.$

$\varphi - \varphi' \ldots 11. 12.$

wie vorher trigonometrisch gefunden wurde. Hieraus ergiebt sich nun $\varphi' = \varphi - (\varphi - \varphi')$ und so findet man leicht durch die Formel für ϱ in Num. 21. vermittelst des Aufschlagens dreyer Logarithmen, den log ϱ.

Unterschied der wahren und verbesserten Breiten, $\varphi - \varphi'$, die Verhältniss der Erdaxen wie 299 zu 300 angenommen.

Breite	Unterschied.		Breite.	Unterschied.		Breite.	Unterschied.	
Grad.	Min.	Sek.	Grad.	Min.	Sek.	Grad	Min.	Sek.
0	0	0,2	30	9	55,4	60	9	57,4
1	0	24,0	31	10	7,1	61	9	45,1
2	0	47,9	32	10	18,1	62	9	32,0
3	1	11,8	33	10	28,3	63	9	18,3
4	1	35,5	34	10	37,7	64	9	3,8
5	1	59,2	35	10	46,4	65	8	48,7
6	2	22,7	36	10	54,3	66	8	32,9
7	2	46,1	37	11	1,4	67	8	16,6
8	3	9,2	38	11	7,7	68	7	59,6
9	3	32,1	39	11	13,2	69	7	42,0
10	3	54,8	40	11	17,8	70	7	23,8
11	4	17,2	41	11	21,7	71	7	5,1
12	4	39,3	42	11	24,7	72	6	45,9
13	5	1,0	43	11	26,9	73	6	26,2
14	5	22,4	44	11	28,2	74	6	6,0
15	5	43,4	45	11	28,7	75	5	45,4
16	6	3,9	46	11	28,2	76	5	24,3
17	6	24,1	47	11	27,2	77	5	2,8
18	6	43,7	48	11	25,2	78	4	41,0
19	7	2,9	49	11	22,3	79	4	18,8
20	7	21,6	50	11	18,6	80	3	56,3
21	7	39,7	51	11	14,1	81	3	33,5
22	7	57,3	52	11	8,8	82	3	10,4
23	8	14,3	53	11	2,6	83	2	47,2
24	8	30,7	54	10	55,7	84	2	23,7
25	8	46,4	55	10	47,9	85	2	0,0
26	9	1,6	56	10	39,3	86	1	36,2
27	9	16,1	57	10	30,0	87	1	12,2
28	9	29,9	58	10	19,9	88	0	48,2
29	9	43,0	59	10	9,0	89	0	24,1
30	9	55,4	60	9	57,4	90	0	0,0

Rechnung für ϱ, nach der Formel in Num. 21.

Log Cosin Φ' = 9,7973646
log Cosin $(\varphi - \varphi')$ = 9,9999977
Summe = 19,7973623
10 + log Cosin φ = 19,7956014
log ϱ^2 oder 2. log ϱ = 9,9982391 — 10
log ϱ = 9,9991196 — 10

Rechnung nach den 3 Gleichungen in der Anmerkung.

Log n = 2,4756712
log Tang φ = 10,0970193
Summe = 12,5726905
log m = 2,4771213
log Tang x = 10,0955692; $x = 51^\circ\ 15'\ 14''$
log n = 2,4756712; log Cos x = 9,7964845
Summe = 12,5712404
log m = 2,4771213
log Tang φ' = 10,0941191; log Cos φ' = 9,7973646
$\varphi' = 51^\circ\ 9'\ 38''$; log ϱ = 9,9991199 — 10

§. 48.

Nunmehro berechnet man

22) die Breite des Neunzigſten $= b$;
oder die Breite des Zeniths. Die Höhe des Neunzigſten, wenn man ſie haben wollte, iſt $= 90° - b$.

23) die Länge des Neunzigſten $= l$;
welche auch die Länge des Zeniths heiſst.

Um b und l zu finden, können folgende Formeln gebraucht werden, μ iſt die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels:

1) $\text{Tang } x = \text{Sin } \mu . \text{ Cotang } \varphi'$

2) $\text{Sin } b = \dfrac{\text{Sin } \varphi' . \text{ Coſin } (\omega + x)}{\text{Coſin } x}$

3) $\text{Sin } l = \text{Tang } b . \text{ Tang } (\omega + x)$

oder

$$\text{Coſin } l = \frac{\text{Coſin } \mu . \text{ Coſin } \varphi'}{\text{Coſin } b}$$

oder auch

$$\text{Tang } l = \frac{\text{Tang } \mu . \text{ Sin } (\omega + x)}{\text{Sin } x}$$

Rechnung.

Für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$\mu = 176^\circ\ 56'\ 3''$ . . . . . log Sin 8,7282186
$\varphi' = 51.\ 9.\ 38$ . . . . log Cotang 9,9058794 . . . . . log Sin 9,8914853
$\omega = 23.\ 28.\ 7.$ log Tang x = 8,6340980
$x = 2^\circ\ 27'\ 57''$ . . . . Compl log Cosin 0,0004023
$\omega = 23.\ 28.\ 7.$
$\omega + x = 25.\ 56.\ 4.$ . . . . . log Cosin 9,9539022
log Sin b = 9,8457898
$b = 44^\circ\ 31'\ 0''$
log Tang b = 9,9926724
log Tang $(\omega + x)$ = 9,6869195
log Sin $28^\circ\ 34'\ 0''$ = 9,6795919
subtr. von 180. 0. 0.
$l = 151.\ 26.\ 0.$

Für das Ende der Sonnenfinsterniss.

μ = 199° 25′ 44″ . . . . . — Sin 9,5219701

φ' = 51. 9. 38. . . . . Cotang 9,9058794 . . . . . Sin 9,8914853

ω = 23. 28. 7. log Tang x = 9,4278495

x = −14° 59′ 36″ . . . Compl Cos 0,0150427

ω = 23. 28 7.

$\omega + x$ = 8. 28. 31. . . . . Cosin 9,9952312

log Sin b = 9,9017592

b = 52° 53′ 49″

log Tang b = 10,1212612

log Tang $(\omega + x)$ = 9,1732151

log Sin 11° 21′ 43″ = 9,2944763

subtr. von 180. 0. 0.

l = 168. 38. 17.

§. 49.

Nun folget die Rechnung für

24) den Unterſchied der Längenparallaxen des ☽ und der ☉ = p″

25) die ſcheinbare Breite des ☽ = B′

26) den vergröſserten Halbmeſſer des ☽ = ½ d′

vermittelſt folgender Formeln:

I. $\text{Cosin A} = \frac{\varrho . \text{Sin } \pi'' . \text{Cosin b} . \text{Cosin (L} - \text{l)}}{\text{Cosin B}}$

II. $\text{Tang p}'' = \frac{\frac{1}{2}\varrho . \text{Sin } \pi'' . \text{Cosin b} . \text{Sin (L} - \text{l)}}{\text{Cosin B} . \text{Sin}^2 \frac{1}{2} \text{A}}$

III. $\text{Sin C} = \varrho . \text{Sin } \pi'' . \text{Sin b}$

IV. $\text{Tang B}' = \frac{\text{Sin } \frac{1}{2} (\text{B} - \text{C}) . \text{Cos } \frac{1}{2} (\text{B} + \text{C}) . \text{Cos p}''}{\text{Colin B} . \text{Sin}^2 \frac{1}{2} \text{A}}$

V. $\text{Sin } \frac{1}{2} \text{d}' = \frac{\frac{1}{2} . \text{Cosin p}'' . \text{Cosin B}' . \text{Sin } \frac{1}{2} \text{d}}{\text{Cosin B} . \text{Sin}^2 \frac{1}{2} \text{A}}$

ſtatt deren man aber auch folgende Näherungsformeln gebrauchen kann:

1) $90° - \text{A} = \frac{\varrho . \pi'' . \text{Cosin b} . \text{Cosin (L} - \text{l)}}{\text{Cosin B}}$

2) $\text{p}'' = \frac{\frac{1}{2} \varrho \pi'' . \text{Cosin b} . \text{Sin (L} - \text{l)}}{\text{Cosin B} . \text{Sin}^2 \frac{1}{2} \text{A}}$

3) $\text{C} = \varrho \pi'' . \text{Sin b}$

4) $\text{B}' = \frac{\frac{1}{2} (\text{B} - \text{C}) . \text{Cosin } \frac{1}{2} (\text{B} + \text{C}) . \text{Cosin p}''}{\text{Cosin B} . \text{Sin}^2 \frac{1}{2} \text{A}}$

5) $\frac{1}{2} \text{d}' = \frac{\frac{1}{2} \text{Cosin p}'' . \text{Cosin B}' . \frac{1}{2} \text{d}}{\text{Cosin B} . \text{Sin}^2 \frac{1}{2} \text{A}}$

Rechnungen um p'', B' *und* $\frac{1}{2}d'$ *für den Anfang der Sonnenfinsterniss zu finden.*

$L = 93^\circ\ 40'\ 28''$
$l = 151.\ 26.\ 0.$
$L - l = -57.\ 45.\ 32.$
negativ.

$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$
$\log \sin \pi'' = 8{,}2480829$
$\log \text{Cosin } b = 9{,}8531179$
$\log \cos (L - l) = 9{,}7271208$
Summe $= 27{,}8274412$
$10 + \log \cos B = 19{,}9999318$
$\log \text{Cosin } A = 7{,}8275094$
$A = 89^\circ\ 36'\ 53''$
$\frac{1}{2} A = 44\ 48\ 26.$
$\log \sin \frac{1}{2} A = 9{,}8480188$
$\log \sin \frac{1}{2} A = 9{,}8480188$
$\log \text{Cosin } B = 9{,}9999318$

$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$
$\log \pi'' = 3{,}5625308$
$\log \cos b = 9{,}8531179$
$\log \cos (L - l) = 9{,}7271208$
Summe $= 23{,}1418891$
$10 + \log \cos B = 19{,}9999318$
$\log (90^\circ - A) = 3{,}1419573$
$90^\circ - A = 1386{,}6''$
$= 0^\circ\ 23'\ 7''$
$90^\circ = 89.\ 59.\ 60.$
$A = 89.\ 36.\ 53.$

$\log (\text{Cosin } B.\ \sin^2 \frac{1}{2} A) = 29{,}6959694$ beständiger Nenner.

$10 + \log \frac{1}{2} =$	9,6989700
$\log \varrho =$	9,9991196 — 10
$\log \operatorname{Sin} \pi'' =$	8,2480829
$\log \operatorname{Cosin} b =$	9,8531179
$\log \operatorname{Sin} (L - l) =$	9,9272731
verneint	
Summe =	37,7265635
beständ. Nenner =	29,6959694
$\log \operatorname{Tang} p'' =$	8,0305941
$p'' =$	$-0^\circ\ 36'\ 53''$

$10 + \log \frac{1}{2} =$	9,6989700
$\log \varrho =$	9,9991196 — 10
$\log \pi'' =$	3,5625308
$\log \operatorname{Cosin} b =$	9,8531179
$\log \operatorname{Sin} (L - l) =$	9,9272731
verneint	
Summe =	33,0410114
beständ. Nenner =	29,6959694
$\log p'' =$	3,3450420
$p'' =$	$-2213''$
=	$-0^\circ\ 36'\ 53''$

$\log \varrho =$	9,9991196 — 10
$\log \operatorname{Sin} \pi'' =$	8,2480829
$\log \operatorname{Sin} b =$	9,8457903
$\log \operatorname{Sin} C =$	8,0929928
$C =$	$0^\circ\ 42'\ 35''$

$\log \varrho =$	9,9991196 — 10
$\log \pi'' =$	3,5625308
$\log \operatorname{Sin} b =$	9,8457903
$\log C =$	3,4074407
$C =$	$2555''$
=	$0^\circ\ 42'\ 35''$

B = 1° 0′ 56″	10 + log Sin ½(B−C) = 17,4259370	10 + log ½(B−C) = 12,7403627
C = 0. 42. 35.	log Cosin ½(B+C) = 9,9999508	log Cosin ½(B+C) = 9,9999508
B−C = 0. 18. 21.	log Cosin p″ = 9,9999750	log Cosin p″ = 9,9999750
½(B−C) = 0. 9. 10.	Summe = 37,4258628	Summe = 32,7402885
= 550.	beſtändiger Nenner = 29,6959694	beſtänd. Nenner = 29,6959694
B+C = 1. 43. 31.	log Tang B′ = 7,7298934	log B′ = 3,0443191
½(B+C) = 0. 51. 46.	B′ = 0° 18′ 27″ Nö	B′ = 1107″
		= 0° 18′ 27″ Nö.

10 + log ½ = 9,6989700	10 + log ½ = 9,6989700
log Cosin p″ = 9,9999750	log Cosin p″ = 9,9999750
log Cosin B′ = 9,9999937	log Cosin B′ = 9,9999937
log Sin ½ d = 7,6842683	log ½ d = 2,9986952
Summe = 37,3832070	Summe = 32,6976339
beſtändiger Nenner = 29,6959694	beſtändiger Nenner = 29,6959694
log Sin ½ d′ = 7,6872376	log ½ d′ = 3,0016645
½ d′ = 0° 16′ 44″	½ d′ = 1003,84″
	= 0° 16′ 44″

Für das Ende der Sonnenfinsterniſs findet man auf ähnliche Art

$L - l = -74^\circ\ 1'\ 54''$

negativ.

log Cosin A = 7,4672804	log(90°−A)=2,7817283
A = 89° 49′ 55″	90°−A = 604,96″
$\frac{1}{2}$ A = 44. 54 58.	= 0° 10′ 5″
log(CosB.Sin$^2\frac{1}{2}$A)=29,6976163	90° = 89. 59. 60.
beſtändiger Nenner.	A = 89. 49. 55.
log Tang p″ = 8,0119643	log p″ = 3,3264122
p″ = −0° 35′ 20″	p″ = — 2120″
log Sin C = 8,1489614	= −0° 35′ 20″
C = 0° 48′ 27″	log C = 3,4634093
log Tang B′ = 7,7096856	C = 2907″
B′ = 0° 17′ 37″ Nö.	= 0° 48′ 27″
log Sin $\frac{1}{2}$ d′ = 7,6855561	log B′ = 3,0241112
$\frac{1}{2}$ d′ = 0° 16′ 40″	B′ = 1057″
	= 0° 17′ 37″ Nö.
	log $\frac{1}{2}$ d′ = 2,9999830
	$\frac{1}{2}$ d′ = 999,96″
	= 0° 16′ 40″

§. 50.

Nun berechnet man

27) Δ = Abſtand der Mittelpunkte der ⊙ und des ☽
$= \frac{1}{2}\,d' + \eta$

Will man noch wegen der Irradiation und Inflexion Rechnung tragen, ſo vermindert man Δ um 6,5″, d. i. man ſetzt

$$\Delta' = \Delta - 6{,}5''$$

und gebraucht Δ' ſtatt Δ in den nächſtfolgenden Rechnungen.

28) $\alpha = \sqrt{[(\Delta + B')(\Delta - B')]}$

oder wenn man die Irradiation und Inflexion mit in Rechnung bringt:

$$\alpha' = \sqrt{[(\Delta' + B')(\Delta' - B')]}$$

Nach aller Schärfe berechnet man α und α' durch folgende Gleichungen:

$$\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{[\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}(\Delta + B').\ \text{Tang}\,\tfrac{1}{2}(\Delta - B')]}$$
$$\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}\alpha' = \sqrt{[\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}(\Delta' + B').\ \text{Tang}\,\tfrac{1}{2}(\Delta' - B')]}$$

29) a) Für den Anfang der Sonnenfinsternifs

$\left.\begin{matrix}\alpha + p'' \\ \text{oder} \\ \alpha' + p''\end{matrix}\right\}$ = Unterfchied der wahren Längen der Sonne und des Mondes oder $= \odot - L$

b) Für das Ende der Sonnenfinsternifs

$\left.\begin{matrix}\alpha - p'' \\ \text{oder} \\ \alpha' - p''\end{matrix}\right\} = L - \odot =$ Unterfchied der wahren Längen des Mondes und der Sonne

Hier mufs man auf das Zeichen, welches p'' bekommt, Achtung geben.

30) $m' = \dfrac{3600\ \text{Sek.}}{(H - h)\ \text{Sek.}}$

Man braucht hier nur log m' zu wiffen.

31) a) Für den Anfang der Sonnenfinsternifs:

$$t = m'.\ (\alpha + p'')$$
oder
$$= m'.\ (\alpha' + p'')$$

b) Für das Ende der Sonnenfinſterniſs:

$$t' = m'.(\alpha - p'')$$
oder
$$= m'.(\alpha' - p'')$$

Die Zahl t oder t′ wird durch die logarithmiſchen Tafeln in Sekunden ausgedrückt erhalten, man verwandelt ſie aber alsdann in Stunden, Minuten und Sekunden.

32) a) Für den Anfang der Sonnenfinſterniſs:

$U + t =$ mittlerer Zeit der wahren ☌☽⊙

b) Für das Ende der Sonnenfinſterniſs:

$U - t' =$ mittlerer Zeit der wahren ☌☽⊙

Rechnung zu 27 bis 32

Für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$\frac{1}{2}d' = 0^\circ\ 16'\ 44''$
$\eta = 0.\ 15.\ 47.$
$\Delta = 0.\ 32.\ 31.$
$= 1951.$
subtr. . . . $6,5.$
$\Delta' = 1944,5.$

$\Delta = 1951''$
$B' = 1107.$
$\Delta + B' = 3058. \ldots \log 3,4854375$
$\Delta - B' = 844. \ldots \log 2,9263424$
$2.\log\alpha = 6,4117799$
$\log\alpha = 3,2058899$
$\alpha = 1606,5''$

Eben so ergiebt sich:
$\alpha' = 1598,6.$

Oder:
$\frac{1}{2}(\Delta + B') = 0^\circ\ 25'\ 29''$
$\frac{1}{2}(\Delta - B') = 0.\ 7.\ 2.$
$\log \mathrm{Tang}\ \frac{1}{2}(\Delta + B') = 7,8699903$
$\log \mathrm{Tang}\ \frac{1}{2}(\Delta - B') = 7,3108879$
$2.\log \mathrm{Tang}\ \frac{1}{2}\alpha = 15,1808782$
$\log \mathrm{Tang}\ \frac{1}{2}\alpha = 7,5904391$
$\frac{1}{2}\alpha = 0^\circ\ 13'\ 23''$
$\alpha = 0.\ 26.\ 46.$
$= 1606.$

Eben so findet sich
$\frac{1}{2}\alpha' = 0.\ 13.\ 19.$
$\alpha' = 0.\ 26.\ 38.$
$= 1598.$

$\alpha = 1606''$
$p'' = -2213$
$\alpha + p'' = -607.$
$\alpha' + p'' = -615.$

$H = 0^\circ\ 37'\ 23{,}5''$
$h = 0.\ 2.\ 23.$
$H - h = 0.\ 35.\ 0{,}5.$
$= 2100{,}5.$

$\log 3600 = 3{,}5563025$
$\log (H - h) = 3{,}3223227$
$\log m' = 0{,}2339798$
$\log (\alpha + p'') = 2{,}7831887$
verneint
$\log t = 3{,}0171685$
$t = -1040{,}32''$
$= -0^{St.}\ 17'\ 20''$

Wenn α' gebraucht wird, so findet sich
$t = -0.\ 17.\ 34.$

$U = 5^{St.}\ 34'\ 30''$
$t = -0.\ 17.\ 20.$
$\sigma\ \odot\ \odot = 5.\ 17.\ 10.$
mittl. Zeit.
oder $= 5.\ 16.\ 56.$
wenn α' gebraucht wird.

Für das Ende der Sonnenfinſterniſs erhält man auf eben dieſe Art:

$\Delta = 0^\circ\ 32'\ 27''$	$\alpha - p'' = +\ 3755''$	Wenn α' gebraucht wird, ergiebt ſich:
$= 1947.$	$\alpha' - p'' = +\ 3747.$	$t' = +\ 6421{,}9''$
ſubtr. . . . . $6{,}5.$	$t' = +\ 6435{,}6''$	$= 1^{St.}\ 47'\ 2''$
$\Delta' = 1940{,}5.$	$= 1^{St.}\ 47'\ 16''$	$U = 7.\ 4.\ 14.$
$\alpha = 1635.$	$U = 7.\ 4.\ 14.$	$\sigma\,☽\,☉ = 5.\ 17.\ 12.$
$\alpha' = 1627.$	$\sigma\,☽\,☉ = 5.\ 16.\ 58.$ mittl. Zeit.	

Es iſt alſo erhalten worden: Irrad. u. Inſl.

Aus dem Anfange der Sonnenfinſterniſs: $\sigma\,☽\,☉$ . . . $5^{St.}\ 17'\ 10''$ oder $5^{St.}\ 16'\ 56''$

Aus dem Ende der Sonnenfinſterniſs: $\sigma\,☽\,☉$ . . . $5.\ 16.\ 58.$ oder $5.\ 17.\ 12.$

Mittel: $\sigma\,☽\,☉$ . . . $5.\ 17.\ 4.$ $5.\ 17.\ 4.$

mittlerer Zeit.

d. i. $5.\ 15.\ 0.$ wahrer Zeit.

Für den Anfang der Sonnenfinſterniſs.		Für das Ende der Sonnenfinſterniſs.	
	$\frac{n}{m} = \frac{299}{300}$		
§. 47.	$\varphi' = 51^\circ\ 9'\ 38''$		
	$\varphi - \varphi' = 0.\ 11.\ 12.$		
	$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$		
§. 48.	$b = 44^\circ\ 31'\ 0''$	$b = 52^\circ\ 53'\ 49''$	
	$l = 151.\ 26.\ 0,$	$l = 168.\ 38.\ 17.$	
§. 49.	$p'' = -0.\ 36.\ 53.$	$p'' = -0.\ 35.\ 20.$	
	$B' = 0.\ 18.\ 27.$ Nö.	$B' = 0.\ 17.\ 37.$ Nö.	
	$\frac{1}{2} d' = 0.\ 16.\ 44.$	$\frac{1}{2} d' = 0.\ 16.\ 40.$	
§. 50.	$\Delta = 1951''$	$\Delta' = 1944{,}5''$	$\Delta = 1947''$ $\Delta' = 1940{,}5''$
	$\alpha = 1606.$	$\alpha' = 1598.$	$\alpha = 1635.$ $\alpha' = 1627.$
	$\alpha + p'' = -607.$	$\alpha' + p'' = -615.$	$\alpha - p'' = 3755.$ $\alpha' - p'' = 3747.$
	$H - h = 2100{,}5.$	$H - h = 2100{,}5.$	$H - h = 2100{,}5.$ $H - h = 2100{,}5.$
	$\log m' = 0{,}2339798$	$\log m' = 0{,}2339798$	$\log m' = 0{,}2339798$ $\log m' = 0{,}2339798$
	$t = -0^{St.}\ 17'\ 20''$	$t = -0^{St.}\ 17'\ 34''$	$t' = 1^{St.}\ 47'\ 16''$ $t' = 1^{St.}\ 47'\ 2''$
	$U + t = 5.\ 17.\ 10.$	$U + t = 5.\ 16.\ 56.$	$U - t' = 5.\ 16.\ 58$ $U - t' = 5.\ 17.\ 12.$

§. 51.

Berechnung der Corrections-Gleichungen.

Es sey $d\Delta$ oder $d\Delta'$ = Verbesserung der Abstände der Mittelpunkte des Monds und der Sonne, oder der Fehler der von der Ungewissheit der Summe der Halbmesser der Sonne und des Mondes, d. i. von Δ oder Δ' herrührt;

dB = Verbesserung der Mondsbreite, oder Fehler der Mondstafeln in der Breite;

$d\pi''$ = Verbesserung der Aequatorealparallaxe, oder der Fehler derselben;

so ist 33) Mittlere Zeit der wahren ☌ ☽ ☉ aus dem Anfang der Sonnenfinsterniss, oder

$$X = (U+t) + \frac{m'.\Delta}{\alpha}.\, d\Delta - \frac{m'.B'}{\alpha}.\, dB + \left(\frac{m'B'\,(B-B')}{\alpha\,\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''}\right).\, d\pi''$$

Hat man die Irradiation und Inflexion in Rechnung gebracht, so ist die

Mittlere Zeit der wahren ☌ ☽ ☉ aus dem Anfange der ☉finsterniss, oder

$$X' = (U+t) + \frac{m'\Delta'}{\alpha'}.\, d\Delta' - \frac{m'B'}{\alpha'}.\, dB + \left(\frac{m'B'\,(B-B')}{\alpha'\,\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''}\right).\, d\pi''$$

34) Mittlere Zeit der wahren ☌☽⊙ aus dem Ende der ⊙finſterniſs, oder

$$Y = (U - t') - \frac{m'\Delta}{\alpha}.\, d\Delta + \frac{m'B'}{\alpha}.\, dB - \left(\frac{m'B'(B - B')}{\alpha\pi''} - \frac{m'p''}{\pi''}\right).\, d\pi''$$

Wenn man die Irradiation und Inflexion in Rechnung gebracht hat, ſo iſt:

Mittlere Zeit der wahren ☌☽⊙ aus dem Ende der Sonnenfinſterniſs, oder

$$Y' = (U - t') - \frac{m'\Delta'}{\alpha'}.\, d\Delta' + \frac{m'B'}{\alpha'}.\, dB - \left(\frac{m'B'(B - B')}{\alpha'\pi''} - \frac{m'p''}{\pi''}\right).\, d\pi''$$

Endlich wird das Mittel aus beyden Beſtimmungen genommen, alſo:

35) Mittlere Zeit der wahren ☌☽⊙ aus der beobachteten Sonnenfinſterniſs

$$= \frac{X+Y}{2} \text{ oder } = \frac{X'+Y'}{2}.$$

Rechnung für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$\text{Log } m' = 0{,}2339798$

$\log \Delta = 3{,}2902573$

$\text{Summe} = 3{,}5242371$

$\log \alpha = 3{,}2057455$

$\log \frac{m'\Delta}{\alpha} = 0{,}3184916$

$\frac{m'\Delta}{\alpha} = 2{,}082$

$\log m' = 0{,}2339798$

$\log B' = 3{,}0443191$

$\text{Summe} = 3{,}2782989$

$\log \alpha = 3{,}2057455$

$\log \frac{m'B'}{\alpha} = 0{,}0725534$

$\frac{m'B'}{\alpha} = 1{,}1818$

$\log \frac{m'B'}{\alpha} = 0{,}0725534$

$\log (B - B') = 3{,}4063698$

$\text{Summe} = 3{,}4789232$

$\log \pi'' = 3{,}5625308$

$\log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 9{,}9163924 - 10$

$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 0{,}82488$

$\log m' = 0{,}2339798$

$\log p'' = 3{,}3450420$

verneint

$\text{Summe} = 3{,}5790218$

$\log \pi'' = 3{,}5625308$

$\log \frac{m'p''}{\pi''} = 0{,}0164910$

$\frac{m'p''}{\pi''} = -1{,}0387$

$\frac{m'p''}{\pi''} = -1{,}03870$

$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''} = -0{,}21382$

Folglich

$X = 5^{\text{St.}}\ 17'\ 10'' + 2{,}08 \cdot d\Delta - 1{,}18 \cdot dB - 0{,}21 \cdot d\pi''$

Mit Betrachtung der Irradiation und Inflexion wird gefunden:

$\log \frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 0{,}3192109$ | $\log \frac{m'B'}{\alpha'} = 0{,}0747221$ | $\log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 9{,}9185611-10$

$\frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 2{,}0855$ | $\frac{m'B'}{\alpha'} = 1{,}1877$ | $\frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 0{,}82901$

$\frac{m'p''}{\pi''} = -1{,}03870$

$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''} = -0{,}20969$

Folglich

$X' = 5^{St.}16'56'' + 2{,}09.\,d\Delta' - 1{,}19.\,dB - 0{,}21.\,d\pi''$

Für das Ende der Sonnenfinsternifs:

$\text{Log} \frac{m'\Delta}{\alpha} = 0{,}3098280$ | $\log \frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 0{,}3105058$ | $\log \frac{m'B'}{\alpha} = 0{,}0445732$ | $\log \frac{m'B'}{\alpha'} = 0{,}0467034$

$\frac{m'\Delta}{\alpha} = 2{,}04093$ | $\frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 2{,}04412$ | $\frac{m'B'}{\alpha} = 1{,}1080$ | $\frac{m'B'}{\alpha'} = 1{,}1135$

$\log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 9{,}9450390-10$ | $\log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 9{,}9471692-10$ | $\log \frac{m'p''}{\pi''} = 9{,}9978612-10$

$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 0{,}88113$ | $\frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 0{,}88546$ | $\frac{m'p''}{\pi''} = -0{,}995087$

$$\frac{m' B' (B - B')}{\alpha \pi''} - \frac{m' p''}{\pi''} = 0{,}88113 + 0{,}99509 = 1{,}87622$$

$$\frac{m' B' (B - B')}{\alpha' \pi''} - \frac{m' p''}{\pi''} = 0{,}88546 + 0{,}99509 = 1{,}88055$$

Folglich:

$$Y = 5^{St.}\,16'\,58'' - 2{,}04.\,d\Delta + 1{,}11.\,dB - 1{,}88.\,d\pi''$$

Mit Betrachtung der Irradiation und Inflexion:

$$Y' = 5^{St.}\,17'\,12'' - 2{,}04.\,d\Delta' + 1{,}11.\,dB - 1{,}88.\,d\pi''$$

Ueberſicht der in §. 51. berechneten Correctionsgleichungen.

$$X = 5^{St.}.\,17'.\,10''. + 2{,}08.\,d\Delta - 1{,}18.\,dB - 0{,}21.\,d\pi''$$

$$Y = 5.\,16.\,58. - 2{,}04.\,d\Delta + 1{,}11.\,dB - 1{,}88.\,d\pi''$$

$$\frac{X+Y}{2} = 5.\,17.\,4. + 0{,}02.\,d\Delta - 0{,}04.\,dB - 1{,}04.\,d\pi''$$

$$X' = 5.\,16.\,56. + 2{,}09.\,d\Delta' - 1{,}19.\,dB - 0{,}21.\,d\pi''$$

$$Y' = 5.\,17.\,12. - 2{,}04.\,d\Delta' + 1{,}11.\,dB - 1{,}88.\,d\pi''$$

$$\frac{X'+Y'}{2} = 5.\,17.\,4. + 0{,}02.\,d\Delta' - 0{,}04.\,dB - 1{,}04.\,d\pi''$$

Wenn man hier die Verbeſſerungen wegen $d\Delta$ und dB, deren Koëfficienten ſehr klein ſind, wegläſst, ſo behält man nur noch:

$$5^{St.}\,17'\,4'' - 1{,}04.\,d\pi''$$

dahero würde, wenn man gewiſs verſichert wäre, daſs $d\pi'' = 0$ ſey, ohne merklichen Fehler ☌ ☽ ☉ *um* $5^{U.}\,17'\,4''$ *mittlerer Zeit zu Leipzig* angeſetzt werden

können. Dies ſtimmt auch mit *Triesnecker's* Berechnung dieſer Beobachtung, *Ephemerid. Viennenſ. anni 1799*, Seite 362, ſo wie mit der Rechnung des *La Lande*, *Connaiſſance des Tems*, *année X* = 1802, Seite 370 überein. Jener findet die Conjunction um 5 U. 17′ 3,6″ mittl. Zeit, und dieſer 5 U. 15′ 1″ wahrer Zeit.

Eben ſo, berechnet man die ☌ ☽ ☉ für einen andern gegebenen Ort, wo die Sonnenfinſterniſs beobachtet worden iſt. Alsdann giebt der Unterſchied beyder Zeiten den Mittagsunterſchied dieſer beyden Oerter. *Triesnecker* hat am a. O. der *Ephem. Vienn.* Beobachtungen dieſer Sonnenfinſterniſs von verſchiedenen Orten her berechnet, aus eben erwähnter Vergleichung folgt *Mittagsunterſchied zwiſchen Leipzig und Paris*: 0 St. 39′ 59,4″ welches die *Länge von Leipzig* = 29° 59′ 51″ giebt. Man ſehe auch *von Zachs geographiſche Ephemeriden*, 1798, Band 1, Seite 419 und 675, desgleichen Band 2, Seite 491.

Folgende von mir beobachtete Bedeckungen der Fixſterne vom Monde geben nicht ſehr von voriger Angabe abweichende Reſultate:

		St.	′	″	
1798.	6 May. ☿ ☌ ♉	0.	40.	3,8.	Ephemer. Viennenſ. anni 1802. Seite 451.
—	. . . . .	0.	40.	3,6.	Zach monatl. Correſpond. 1800. Band 2. Seite 483.
—	8 Aug. ☾ ☌ ♊	0.	40.	12,8.	Eph. Vienn. ann. 1801. S. 366. desgl. Zach mon. Corr. 1800. B. 1. S. 598.
—	. . . . .	0.	40.	12,5.	Zach geograph. Ephemeriden, 1799. Band 4. Seite 312.
—	. . . . .	0.	40.	7,9.	Bode aſtronom. Jahrbuch für 1803, Seite 232.
—	21 Aug. ☿ ☍ ♐	0.	40.	11,2.	Eph. Vienn. ann. 1801. S. 366. desgl. Zach mon. Corr. 1800. B. 1. S. 598.
—	. . . . .	0.	40.	1,0.	Zach geograph. Ephemer. 1798. Band 2, Seite 550.
—	. . . . .	0.	40.	7,3.	Zach geograph. Ephemer. 1799. Band 3, Seite 568.
—	27 Oct. ☉ ☌ ♏	0.	40.	8,9.	Ephemerid. Viennenſ. anni 1801. Seite 366.
—	. . . . .	0.	40.	3,8.	Zach geograph. Ephemer. 1799. Band 3. Seite 569.
—	. . . . .	0.	40.	9,8.	Zach geograph. Ephemer. 1799. Band 4. Seite 395.
1799.	23 Nov. ☿ ☍ ♀	0.	40.	6,5.	Eph. Vienn. ann. 1802. S. 451. desgl. Zach mon. Corr. 1800. B. 2. S. 485.
1800.	5 May. ☽ ☍ ♍	0.	40.	10,2.	Ephemerid. Viennenſ. anni 1802. Seite 451.

Setzt man nun hiezu noch diejenigen Reſultate, welche obige ☉finſterniſs giebt:

0.	39.	59,4.	Ephemerid. Viennenſ. anni 1799. Seite 362.
0.	40.	2,0.	Zach geograph. Ephemer. 1798. Band 1. Seite 419.
0.	40.	1,0.	Zach geogr. Eph. 1798. B. 1. S. 675. desgl. Conn. d. T. X = 1802. S. 370.

ſo ergiebt ſich aus dieſen 16 Angaben das

Mittel . . . 0. 40. 6,4. als *Mittagsunterſchied zwiſchen Paris und Leipzig*, Leipzig öſtlich von Paris.

Länge von Leipzig . . 30° 1. 36.

Zusatz zu §. 49.

Ohne die Länge des Neunzigsten $= l$ und die Breite des Neunzigsten $= b$ vorher zu berechnen, die Werthe von p'', B' und $\frac{1}{2}d'$ zu finden, dienen folgende Formeln:

1) $u = \frac{\varrho . \pi''}{\text{Cosin } B}$ hier hat man nur log u zu finden.

2) $a = u . \text{Cosin } \varphi' . \text{Cosin } \mu$, hier braucht man ebenfalls nur log a zu wissen, aber dabey muss man bemerken, ob a positiv oder negativ sey.

3) $D = u . \text{Sin } \varphi' . \text{Sin } \omega$, die Zahl D bedeutet Sekunden.

4) $E = u . \text{Cos } \varphi' . \text{Cos } \omega . \text{Sin } \mu$, . . . E . . . .

5) $F = \varrho\pi'' \text{ Sin } \varphi' \text{ Cosin } \omega$, . . . F . . . .

6) $G = \varrho\pi'' \text{ Cos } \varphi' . \text{ Sin } \omega . \text{ Sin } \mu$, . . . G . . . .

7) $R = F - G$ . . . . R . . . .

Diese Zahl R ist einerley mit C der Formel III, oder 3, Seite 157.

8) $P = a . \text{ Sin } L - (D+E) . \text{ Cosin } L$

Die Zahl a. Sin L bedeutet Sekunden, positiv oder negativ;

so auch (D+E). Cosin L . . . . . .

desgleichen P. Diese Sekunden werden aber alsdann in Minuten und Sekunden ausgedrückt, und man bemerket dabey, ob P positiv oder negativ gefunden wird.

9) $Q = a.\ \text{Cosin}\,L + (D+E).\ \text{Sin}\,L$

a. Cosin L bedeutet Sekunden + oder —,
(D+E). Sin L
Q ebenfalls, und wird in Minuten und Sekunden ausgedrückt. Es muſs nun aber der Werth von 90° — Q mit dem aus Formel I, oder Formel 1, Seite 157 ſich ergebenden Werthe für A übereinſtimmen.

10) $\text{Tang}\,p'' = \dfrac{\frac{1}{2}\,\text{Sin}\,P}{\text{Cosin}\,B.\ \text{Sin}^2\frac{1}{2}(90^\circ - Q)}$

Hier iſt $\frac{1}{2}(90^\circ - Q) = \frac{1}{2}A$ der Formel II, IV und V, oder 2, 4 und 5, Seite 157.

11) $\text{Tang}\,B' = \dfrac{\text{Sin}\frac{1}{2}(B-R).\ \text{Cosin}\frac{1}{2}(B+R).\ \text{Cosin}\,p''}{\text{Cosin}\,B.\ \text{Sin}^2\frac{1}{2}(90^\circ - Q)}$

12) $\frac{1}{2}d' = \dfrac{\frac{1}{2}\text{Cosin}\,p''.\ \text{Cosin}\,B'.\ \frac{1}{2}d}{\text{Cosin}\,B.\ \text{Sin}^2\frac{1}{2}(90^\circ - Q)}$

Die Formeln 11 und 12. ſind einerley mit IV und 5, Seite 157, denn es iſt R = C und 90° — Q = A. Uebrigens ſind die Winkel in allen dieſen Formeln durchaus kleiner als 90° vorausgeſetzt; werden ſie gröſser, ſo muſs man den dazu gehörigen trigonometriſchen Linien ihre gehörigen Zeichen geben.

Beyſpiel zu dieſen Formeln, für den Anfang der Sonnenfinſterniſs.

$10 + \log \varrho$	$= 9{,}9991196$
$\log \pi''$	$= 3{,}5625308$
Summe	$= 13{,}5616504$
$\log \text{Cosin } B$	$= 9{,}9999318$
$\log u$	$= 3{,}5617186$
$\log \text{Cosin } \varphi'$	$= 9{,}7973646$
$\log \text{Cosin } \mu$	$= 9{,}9993780$
verneint	
$\log a$	$= 3{,}3584612$
a iſt verneint.	

$\log u$	$= 3{,}5617186$
$\log \text{Sin } \varphi'$	$= 9{,}8914853$
$\log \text{Sin } \omega$	$= 9{,}6001521$
$\log D$	$= 3{,}0533560$
D	$= 1130{,}7''$
$\log u$	$= 3{,}5617186$
$\log \text{Cosin } \varphi'$	$= 9{,}7973646$
$\log \text{Cosin } \omega$	$= 9{,}9625012$
$\log \text{Sin } \mu$	$= 8{,}7282186$
bejaht	
$\log E$	$= 2{,}0498030$
E	$= 112{,}151''$
oder	$= 112{,}2.$

$\log \varrho$	$= 9{,}9991196 - 10$
$\log \pi''$	$= 3{,}5625308$
$\log \text{Sin } \varphi'$	$= 9{,}8914853$
$\log \text{Cosin } \omega$	$= 9{,}9625012$
$\log F$	$= 3{,}4156369$
F	$= 2604''$
$\log \varrho$	$= 9{,}9991196 - 10$
$\log \pi''$	$= 3{,}5625308$
$\log \text{Cosin } \varphi'$	$= 9{,}7973646$
$\log \text{Sin } \omega$	$= 9{,}6001521$
$\log \text{Sin } \mu$	$= 8{,}7282186$
bejaht	
$\log G$	$= 1{,}6873857$
G	$= 48{,}684''$
F	$= 2604.$
$F - G = R$	$= 2555. = C$

Seite 159 wie gehörig.

log a = 3,3584612
verneint
log Sin L = 9,9991063
log (a. Sin L) = 3,3575675
a. Sin L = −2278,1″

D = 1130,7″
E = 112,2.
D+E = 1242,9.
log (D+E) = 3,0944362
log Cosin L = 8,8067713
verneint
log (D+E). Cos L = 1,9012075
(D+E). Cos L = − 79,7″
a. Sin L = − 2278,1.
P = − 2198,4.
= 0° 36′ 38″
negativ.

log a = 3,3584612
verneint
log Cosin L = 8,8067713
verneint
log a Cos L = 2,1652325
positiv
a Cosin L = 146,3″

log (D+E) = 3,0944362
log Sin L = 9,9991063
log (D+E) Sin L = 3,0935425
(D+E) Sin L = 1240,3″
a Cosin L = 146,3.
Q = 1386,6.
= 0° 23′ 7″
90° = 89. 59 60.
90° − Q = 89 36 53.
= A Seite 158
wie gehörig.

30 + log $\frac{r}{2}$ = 29,6989700
log Sin P = 8,0275943
negativ
Summe = 37,7265643
Beständ. Nenn. = 29,6959694

Seite 158.

log Tang p″ = 8,0305949
p″ = − 0° 36′ 53″
eben so wie Seite 159.

Die letzten zwey Formeln 11 und 12, welche B′ und $\frac{1}{2}$ d′ geben, sind schon S. 160 berechnet.

Zusatz zu §. 48, 49 und 50, oder zu Num. 22 *bis* 27.

Es läfst fich auch folgender Weg nehmen, um vermittelft der Höhe des Neunzigften $= 90° - b$ und der Länge deffelben $= l$, die Parallaxe der Länge $= p''$ und Breite $= q$ des Mondes, feine fcheinbare Länge $= L'$ und Breite $= B'$, und den fcheinbaren Abftand der Mittelpunkte von Sonne und Mond $= \Delta$ zu erhalten.

I. *Formeln für die Höhe und Länge des Nonageſimus.*

1) $\mu =$ wahr. gerad. Auffteigung der $\odot +$ wahr. Zeit in Graden des Aequators

oder welches auf eins hinausläuft, wie §. 46 Num. 15:

$=$ mittlerer Länge der Sonne $+$ mittlerer Zeit in Graden des Aequators.

Kommt μ, welches die gerade Auffteigung der Mitte des Himmels ift, durch diefe Addition $> 360°$ heraus, fo gebraucht man $\mu - 360°$ anftatt μ.

2) $\beta = \mu \mathrel{S} 270°$; und wenn die Polhöhe Südl. ift:
$= \mu \mathrel{S} 90.$

Kommt $\beta > 180°$ heraus, fo nimmt man $360° - \beta$ anftatt β.

3) $\delta = 90° - \varphi' - \omega$

4) $\varepsilon = 90° - \varphi' + \omega$

5) $\text{Tang}\,\zeta = \dfrac{\text{Cotang}\,\frac{1}{2}\beta.\ \text{Sin}\,\frac{1}{2}\delta}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\varepsilon}$

6) $\text{Tang}\,\vartheta = \dfrac{\text{Cotang}\,\frac{1}{2}\beta.\ \text{Cofin}\,\frac{1}{2}\delta}{\text{Cofin}\,\frac{1}{2}\varepsilon}$

7) $\text{Tang}\,\frac{1}{2}(90° - b) = \dfrac{\text{Tang}\,\frac{1}{2}\delta.\ \text{Sin}\,\vartheta}{\text{Sin}\,\zeta}$

8) $l = 90° \pm (\zeta + \vartheta)$ Das Zeichen + findet ſtatt, wenn $\mu > 90°$ und $< 270°$ iſt; das Zeichen — in den übrigen Fällen; wenn aber alsdann $\zeta + \vartheta > 90°$ iſt, ſo werden 360° zum zweyten Gliede addirt.

Für Südliche Polhöhe iſt $l = 270° \mp (\zeta + \vartheta)$ Das Zeichen — findet ſtatt, wenn $\mu > 90°$ und $< 270°$ iſt; das Zeichen + in den übrigen Fällen; wenn aber alsdann $l > 360°$ erhalten wird, ſo nimmt man $l - 360°$ ſtatt l.

II. *Formeln für die Parallaxe der Länge und Breite, ſo wie auch für die ſcheinbare Länge und Breite des Mondes.*

9) $\nu = l \circledcirc L$ Wenn $\nu > 180°$ iſt, ſo gebraucht man $180° - \nu$ für ν.

10) $o = \varrho . \pi''$

11) $p'' = \frac{o . \text{Sin}(90° - b) . \text{Sin}(\nu + p'')}{\text{Cosin } B}$

12) $L' = L \pm p''$ Das Zeichen + findet ſtatt, wenn der Punkt der Ekliptik, welcher die wahre Länge des Mondes bezeichnet, öſtlich vom Nonageſimus entfernt iſt; das Zeichen — hingegen, wenn der Mond nach Weſten vom Nonageſimus abſteht.

13) $q =$

$$\frac{p''. \text{Cos } B}{\text{Sin } \nu} (\text{Cotang}(90° - b) - \text{Cos}(\nu + \tfrac{1}{2} p'') . \text{Tang } B) . \text{Cos } B'$$

14) $B' = B \pm q$ Das Zeichen + wird gebraucht, wenn die wahre ☽breite Südlich iſt; das Zeich. — wird gebraucht, wenn die wahre ☽br. Nördlich iſt. Das Gegentheil findet ſtatt, wenn q negativ gefunden wird.

Bey Südlicher Polhöhe wird in dieſer Regel + in — und — in +, umgeändert.

III. *Formeln für den ſcheinbaren Abſtand der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes.*

15) $\tau = L' \odot S$ wo S die wahre Länge der Sonne bedeutet.

16) $\text{Tang}\,\xi = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,\tau}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B'} \cdot \sqrt{\text{Coſin}\,B'}$

17) $\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,\Delta = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B'}{\text{Coſin}\,\xi}$

Oder ſtatt 16 und 17:

18) $\text{Tang}\,\xi = \frac{\tau \cdot \text{Coſin}\,\frac{1}{2}\,B'}{B'}$

19) $\Delta = \frac{B'}{\text{Coſin}\,\xi}$

Anwendung dieſer Formeln auf die Rechnung für den Anfang der Sonnenfinſterniſs.

$\mu =$	176° 56′ 3″
ſubtr. von	270. 0. 0.
$\beta =$	93. 3. 57.
$\frac{1}{2}\beta =$	46. 31. 59.
$\varphi' =$	51. 9. 38.
$\omega =$	23. 28. 7.
$\varphi' + \omega =$	74. 37. 45.
ſubtr. von	90. 0. 0.
$\delta =$	15. 22. 15.
$\frac{1}{2}\delta =$	7. 41. 7.
$\varphi' - \omega =$	27. 41. 21.
ſubtr. von	90. 0. 0.
$\varepsilon =$	62. 18. 39.
$\frac{1}{2}\varepsilon =$	31. 9. 20.

Log Cotang $\frac{1}{2}\beta =$	9,9767482
log Sin $\frac{1}{2}\delta =$	9,1262339
Summe =	19,1029821
log Sin $\frac{1}{2}\varepsilon =$	9,7137957
log Tang $\zeta =$	9,3891864
$\zeta =$	13° 46′ 1″
log Cotang $\frac{1}{2}\beta =$	9,9767482
log Coſin $\frac{1}{2}\delta =$	9,9960814
Summe =	19,9728296
log Coſin $\frac{1}{2}\varepsilon =$	9,9323549
log Tang $\vartheta =$	10,0404747
$\vartheta =$	47° 39′ 58″
$\zeta + \vartheta =$	61. 25. 59.
hiezu addirt . .	90. 0. 0.
$l =$	151. 25. 59.

Länge des Nonageſimus.

log Tang $\frac{1}{2}\delta =$	9,1301525
log Sin $\vartheta =$	9,8687813
Summe =	18,9989338
log Sin $\zeta =$	9,3765279
log Tang $\frac{1}{2}(90° - b) =$	9,6224059
$\frac{1}{2}(90° - b) =$	22° 44′ 33,7″
$90° - b =$	45. 29. 7.

Höhe des Nonageſimus.

$$
\begin{aligned}
l &= 151^\circ\ 25'\ 59'' \\
L &= \underline{\ \ 93.\ 40.\ 28.} \\
l - L &= \ \ 57.\ 45.\ 31. \\
&= \nu \text{ oder Entfernung des ☽ vom Nonagesimus, } \textit{Westlich.} \\
\log \varrho &= 9{,}9991196 - 10 \\
\log \pi'' &= \underline{3{,}5625308} \\
\log o &= 3{,}5616504 \\
o &= 3644{,}6'' \\
&= 60'\ 45'' \text{ Differenz der Horizontalparallaxen von ☉ und ☽ für Leipzig.}
\end{aligned}
$$

In der Formel für p'' kommt schon p'' vor, diese berechnet man daher also: da

$$p'' = \frac{o.\ \mathrm{Sin}\,(90^\circ - b).\ \mathrm{Sin}\,(\nu + p'')}{\mathrm{Cosin}\ B}$$

so sucht man erstlich

$$p'' = \frac{o.\ \mathrm{Sin}\,(90^\circ - b)}{\mathrm{Cosin}\ B}.\ \mathrm{Sin}\ \nu$$

daraus findet man ein genähertes p''; und nun addirt man dieses genäherte p'' zu ν, sucht $\log \mathrm{Sin}\,(\nu + p'')$ den man zu dem vorher gefundenen

$$\log \frac{o.\ \mathrm{Sin}\,(90^\circ - b)}{\mathrm{Cosin}\ B}$$

addirt; so bekommt man p'' genau.

Rechnung um p″ *desgleichen* L′ *zu finden.*

Log o = 3,5616504	Es ist hier, da L<l oder der Mond westlich vom Nonagesimus steht, p″ *negativ*, d. i.
log Sin (90° — b) = 9,8531324	
Summe = 13,4147828	L′ = L — p″
log Cosin B = 9,9999318	L = 93° 40′ 28″
log Const = 3,4148510	p″ = 0. 36 53.
log Sin v = 9,9272718	L′ = 93. 3. 35. Scheinbare Länge des ☽.
log p″ genäh. = 3,3421228	
p″ genäh. = 2198″	
= 0° 36′ 38″	
v = 57. 45. 31.	
v+p″ = 58. 22. 9.	
log Sin (v+p″) = 9,9301565	
log Const = 3,4148510	
log p″ genau = 3,3450075	
p″ = 2213″	
= 0° 36′ 53″ Längenparallaxe des ☽.	

Um q zu finden, ist fürs erste zu berechnen:

$$\frac{p'' \cdot \text{Cosin B}}{\text{Sin } v} \cdot \text{Cotang}\,(90° - b)$$

dies giebt den *ersten Theil von* q beynahe. Hierauf addirt man bey wahrer Südlicher ☽sbreite, oder subtrahirt bey Nördlicher ☽breite, diesen gefundenen ersten Theil von q zu oder von der wahren Breite des Mondes = B; so erhält man eine scheinbare Breite des Mondes, und nun log Cosin dieser nur gefundenen scheinbaren Breite des ☽ zu den log des ersten Theils von q addirt, giebt den log des ersten Theils von q genau, und also auch *den ersten Theil von* q *genau.*

Es ist zweytens zu berechnen:

$$-\frac{p''.\ \text{Cosin}\ B}{\text{Sin}\ v}.\ \text{Cosin}\ (v+\tfrac{1}{2}p'').\ \text{Tang}\ B.\ \text{Cosin}\ B'$$

dies giebt nemlich *den zweyten Theil von* q; er wird positiv, wenn die ☽breite Südlich ist, wegen Tang B, und negativ, wie er in der Formel angenommen ist, wenn die ☽sbreite Nördlich ist. Letzterer Fall findet in gegenwärtigem Beyspiel statt, wo die Breite des Mondes Nördlich ist.

Rechnung für den ersten Theil von q.

Log p″	=	3,3450075
log Cosin B	=	9,9999318
Summe	=	13,3449393
log Sin *v*	=	9,9272718
Beständig. Log	=	3,4176675
log Cotang (90° — b)	=	9,9926430
log des erst. Theils von q, beynahe	=	3,4103105
Erster Theil von q, beynahe	=	2572″
	=	0° 42′ 52″
subtrahirt von B	=	1. 0. 56. Nö.
Genähert. B′	=	0. 18. 4. —
log Cosin B′	=	9,9999940
log des erst. Theils von q, beynahe	=	3,4103105
log des erst. Theils von q, genau	=	3,4103045
Erster Theil von q, genau	=	2572,2″
	=	0° 42′ 52,2″

Rechnung für den zweyten Theil von q *und* B'.

$p'' =$	0° 36′ 53″	Beſtändig. log	= 3,4176675
$\frac{1}{2} p'' =$	0. 18. 26.	log Coſin $(v + \frac{1}{2} p'')$	= 9,7234101
$v =$	57. 45. 31.	log Tang B	= 8,2486265
$v + \frac{1}{2} p'' =$	58. 3. 57.	log Coſin B′ genäh.	= 9,9999940

log des zweyten Theils von q = 1,3896981

Zweyter Theil von q = 24,53″

Subtrahirt vom erſten Theil von q = 0° 42′ 52,20″

q = 0. 42. 28. Breitenparallaxe des ☽.

B = 1. 0. 56. Nö.

B′ = 0. 18. 28. — Scheinbare Breite des ☽.

Rechnung für den ſcheinbaren Abſtand der Mittelpunkte von ☉ und ☽.

$L' =$	$93^\circ\ 3'\ 35''$
$S =$	$93.\ 30.\ 21.$
$S - L' =$	$0.\ 26.\ 46.$
$=$	τ
$\frac{1}{2}\tau =$	$0.\ 13.\ 23.$
$B' =$	$0.\ 18.\ 28.$
$\frac{1}{2}B' =$	$0.\ 9.\ 14.$

$10 + \log \sin \frac{1}{2}\tau =$	$17{,}5902893$
$\log \sin \frac{1}{2}\tau =$	$7{,}5902893$
$\log \cos B' =$	$9{,}9999937$
Summe $=$	$35{,}1805723$
$\log \sin \frac{1}{2}B' =$	$7{,}4290841$
Reſt $=$	$27{,}7514882$
$\log \sin \frac{1}{2}B' =$	$7{,}4290841$
$2.\log \operatorname{Tang} \xi =$	$20{,}3224041$
$\log \operatorname{Tang} \xi =$	$10{,}1612021$
$\xi =$	$55^\circ\ 23'\ 51''$
$10 + \log \sin \frac{1}{2}B' =$	$17{,}4290841$
$\log \cos \xi =$	$9{,}7542563$
$\log \sin \frac{1}{2}\Delta =$	$7{,}6748278$
$\frac{1}{2}\Delta =$	$0^\circ\ 16'\ 15{,}56''$
$\Delta =$	$0.\ 32.\ 31.$
$=$	$1951.$

Scheinbarer Abſtand der Mittelpunkte,

Oder nach Form. 18 und 19.

$\tau =$	$0^\circ\ 26'\ 46''$
$=$	$1606.$
$B' =$	$0.\ 18.\ 28.$
$=$	$1108.$
$\log \tau =$	$3{,}2057455$
$\log \cos \frac{1}{2}B' =$	$9{,}9999984$
Summe $=$	$13{,}2057439$
$\log B' =$	$3{,}0445398$
$\log \operatorname{Tang} \xi =$	$10{,}1612041$
$\xi =$	$55^\circ\ 23'\ 51''$
$\log \cos \xi =$	$9{,}7542563$
$10 + \log B' =$	$13{,}0445398$
$\log \Delta =$	$3{,}2902835$
$\Delta =$	$1951''$

Ueberſicht der im vorigen Zuſatz berechneten Gröſſen.

		°	′	″
μ	=	176	56	3
β	=	93	3	57
φ'	=	51	9	38
δ	=	15	22	15
ε	=	62	18	39
$\zeta\varphi$	=	47	39	58
$90° - b$	=	45	29	7
l	=	151	25	59
ν	=	57	45	31
o	=	0	60	45
p''	=	0	36	53
L'	=	93	3	35
q	=	0	42	28
B'	=	0	18	28
τ	=	0	26	46
ξ	=	55	23	51
Δ	=			1951

Verbeſſerung

zum dritten Bande dieſes Handbuchs.

Seite 173 in der vorletzten Zeile leſe man *zu* ſtatt *von*, und in der letzten Zeile *hinzuſetzt* anſtatt *ſubtrahirt.*

Tafel XXVI.

Beyspiel nach Lamberts Methode. — ☽finsterniſs den 18. April 1791.

	Arg. lat.	T. St. M. S.	Long ☉	Anom. ☉ = a	Anom. ☽ = M	☽	
1791							
1788	☊ + 0° 2′ 14″	− 43 12 17 41	8Z 7° 46′ 18″	4Z 28° 25′ 47″	9Z 23° 31′ 14″		Tab. 1.
3	♌ — 10 33 16	125 21 17 24	4 4 5 44	4 4 3 10	0 28 41 13		Tab. 2. N. 29
Neumond	♌ — 10 31 2	82 8 59 43	0 11 52 2	9 2 28 57	10 22 12 27		
add.	♌ + 15 20 7	14 18 22 1	0 14 33 12	0 14 33 9	6 12 54 30		Tab. 2 N. 359
Vollmond	☊ + 4 49 5	97 3 21 44	0 26 25 14	9 17 2 6	5 5 6 57	6Z 26° 25′ 14″	
☽ =	6Z 26 25 14	+ 18 44 25					Tab. 3 und 4.
☊ =	6Z 21 36 9	Apr. 6 22 6 9					
	— 56	+ 7 0 0	+ 17 15	+ 17 15	+ 3 48 38	+ 3 50 35	
	— 4	+ 33 0	+ 1 21	+ 1 21	+ 17 58	+ 18 7	Tab. 10.
	0	+ 9	0	0	+ 5	+ 5	
	— 1′ 0″	+ 7 33 9	+ 18 36	+ 18 36	+ 4 6 41	+ 4 8 47	
☊′ =	6 21 35 9	Apr. 7 5 39 18	0 26 43 50	9 17 20 42	5 9 13 38	7 0 34 1	
	Tab. 13 — 9 45		+ 1 49 45 Tab 11	a′	M′	☽′	
☊ v =	6 21 25 24		0 28 33 35				
☽ v =	6 28 33 35		☉ v				
☽ v — ☊ v =	0 7 8 11				— 1′ 43″	Reduct. ad Ecl.	Tab. 14.
	Arg. latit.				+ 37 15	Latit. ☽ bor.	Tab. 15.

	Argumente Z. ° ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	Argumente			
M =	5 5 6 57	+ 3 49 29	− − − Tab. 5	☽′ = 7Z 0° 34′			
a =	9 17 2 6	+ 3 56 58	− − − Tab. 6	☊′ = 6 21 35			
a + M =	2 22 9	− − − −	— 0 6 56 Tab. 7	M′ = 5 9 14			
a — M =	4 11 55	− − − −	— 0 7 51 Tab. 8	6 8 59	+ 3′ 5″	Tab. 16. Col. 1.	
a + 2 M =	7 27 16	+ 44	− − − Tab. 9 Col 1	5 8 13	+ 20	2.	
a — 2 M =	11 6 48	+ 13	− − − — 2	6 29 45	+ 3	3.	
2(☽ — ☊) — M =	7 4 31	+ 1 4	− − − — 3				
2 (☊ — ☉) =	11 20 22	+ 15	− − − — 4				
M =	5 5 7	− − − −	— 0 0 47 — 5		+ 3 28	Increm. lat. horar. ☽	
		+ 7 48 43	— 0 15 34		+ 37 49	Tab. 17.	
		— 0 15 34		M′ = 5 9 14	+ 2		
		+ 7 33 9		a′ = 9 17 21	— 1	− − Col. 1	
		Apr. 6 22 6 9		1 21 53	— 2	2	
		Apr. 7 5 39 18	☾ Berol. temp. med.	2 26 35	0	3	
a′ =	9 17 21	− − — 7 19		8 9 14	0	4	
☉ v =	0 28 34	− − + 8 7	Tab. 12. aequat. temp.		+ 37 48	Horar. mot. ☽ in orbita	
		1791 Apr. 7 5 40 6	☾ in orbita Berol. temp.	M′ = 5 9 14	61 14	Tab 18 Parall. ☽	
		subtr. 4 25	vero St. Jul.		16 42	Tab 19 Semid. ☽	
		1791 Apr. 7 5 35 41	☾ in orbita Lips.	a′ = 9 17 21	15 58	Tab 20 Semid. ☉	
		+ 11	temp. vero St. Jul.		2 26	− − − Horar. ☉	
		18	*St. N. ſ. Gregor.*		45 26	Tab 19 Semid. umbrae	

Oder

1791					
1788	☊ + 0 2 14	− 43 12 17 41	8 7 46 18	4 28 25 47	9 23 31 14		Tab. 1.
3	♌ + 20 6 58	155 10 1 27	5 3 12 8	5 3 9 29	1 24 30 13		Tab. 2. No. 30
Neumond	♌ + 20 9 12	111 21 43 46	1 10 58 26	10 1 35 16	11 18 1 27		
ſubtr.	♌ + 15 20 7	14 18 22 1	0 14 33 12	0 14 33 9	6 12 54 30		Tab. 2. No. 359
Vollmond	☊ + 4 49 5	97 3 21 45	0 26 25 14	9 17 2 7	5 5 6 57	6 26 25 14	wie vorher.

u. *ſ.* *w.*

Zu Ende des Buchs.

TAFEL I.

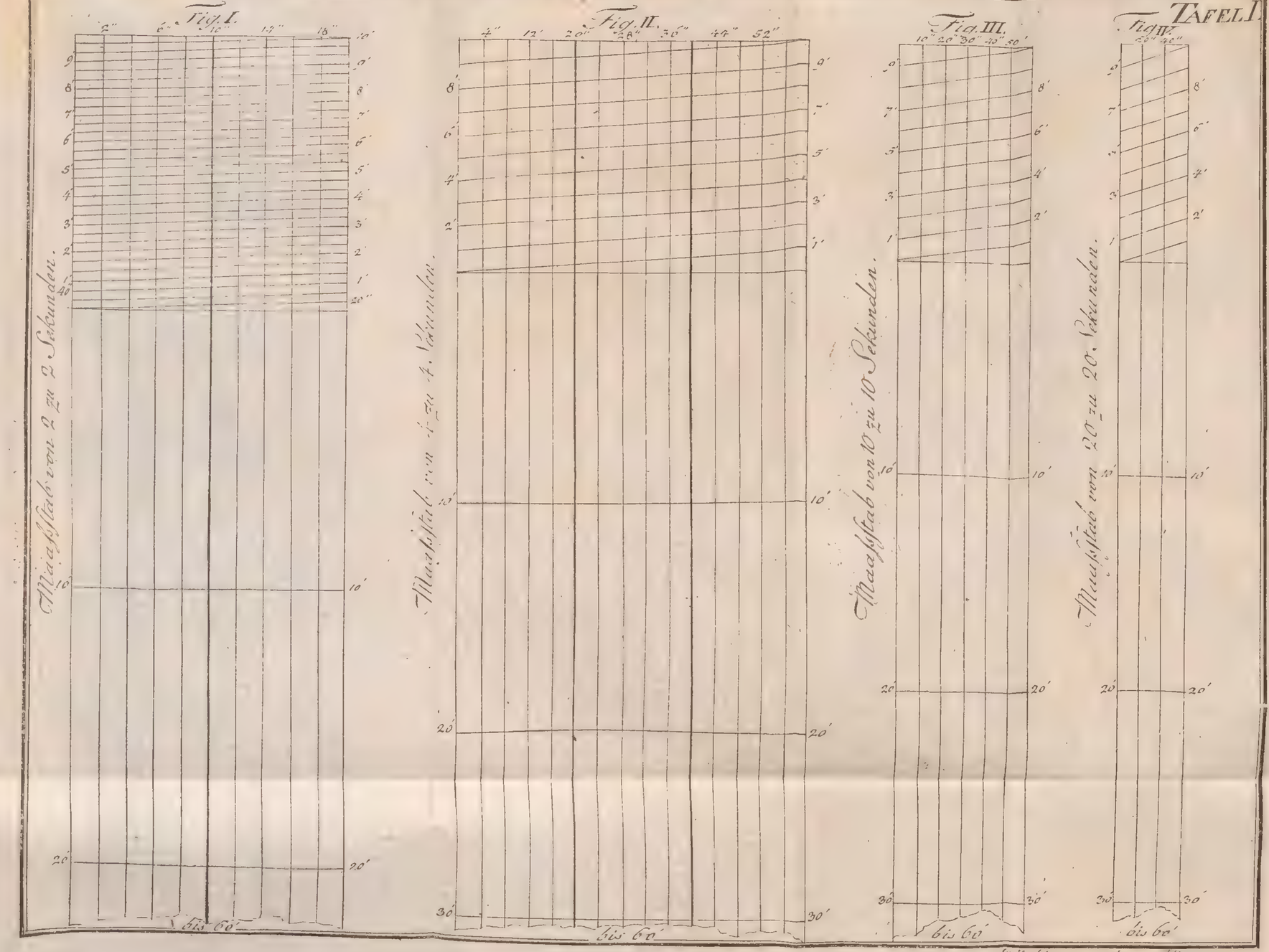


Fig. I.
Maasstab von 2 zu 2 Sekunden.
Fig. II.
Maasstab von 4 zu 4 Sekunden.
Fig. III.
Maasstab von 10 zu 10 Sekunden.
Fig. IV.
Maasstab von 20 zu 20 Sekunden.
bis 60'

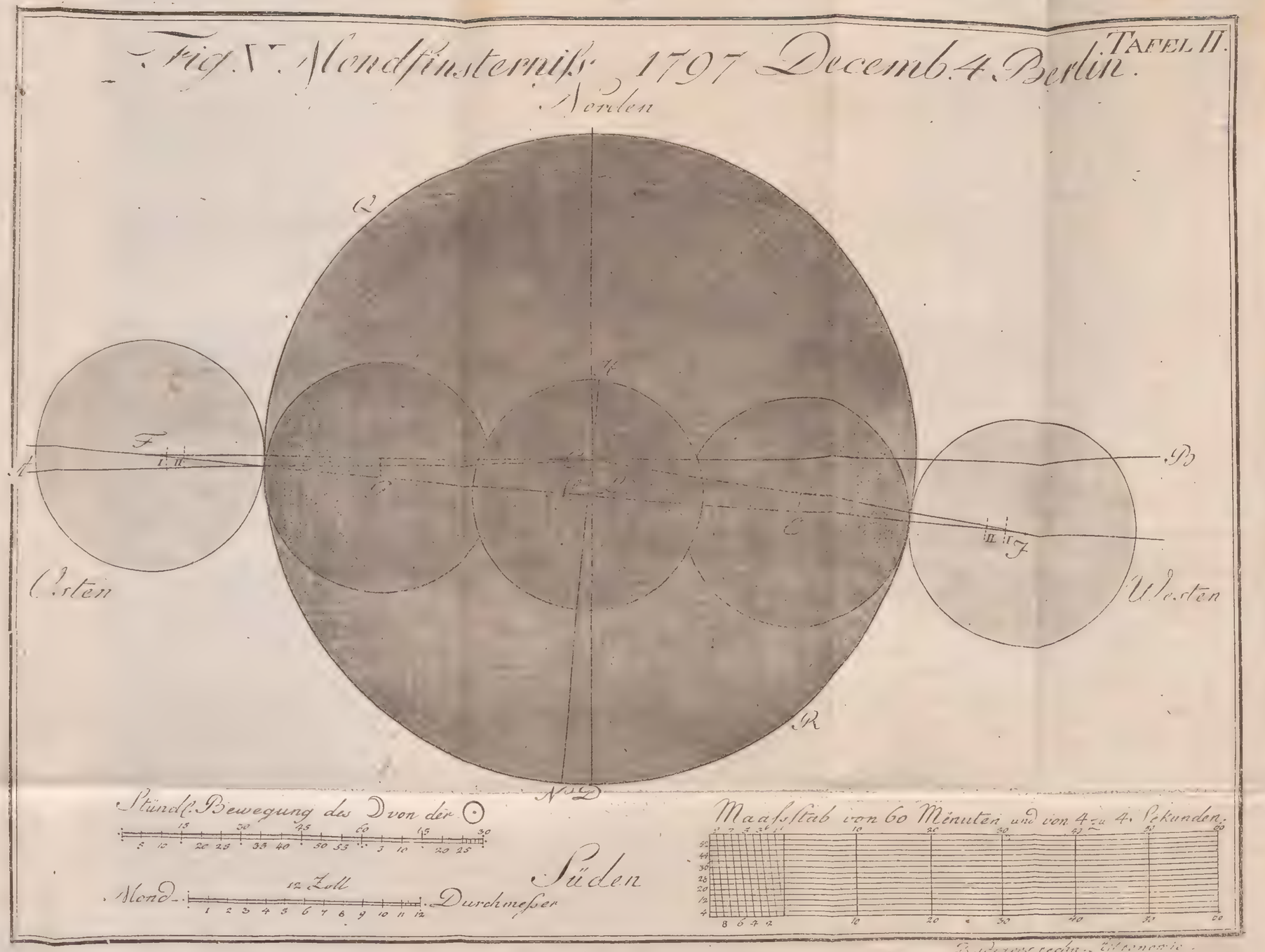


Fig. V. Mondfinsterniss 1797 Decemb. 4. Berlin.
TAFEL II.
Norden
Osten
Westen
Süden
Stündl. Bewegung des ☽ von der ☉
Mond-Durchmesser
12 Zoll
Maassstab von 60 Minuten und von 4 zu 4 Sekunden.

TAFEL III.

Fig VI. Soñenfinsterniss den 24. Jun. 1797. Leipzig. Merid.

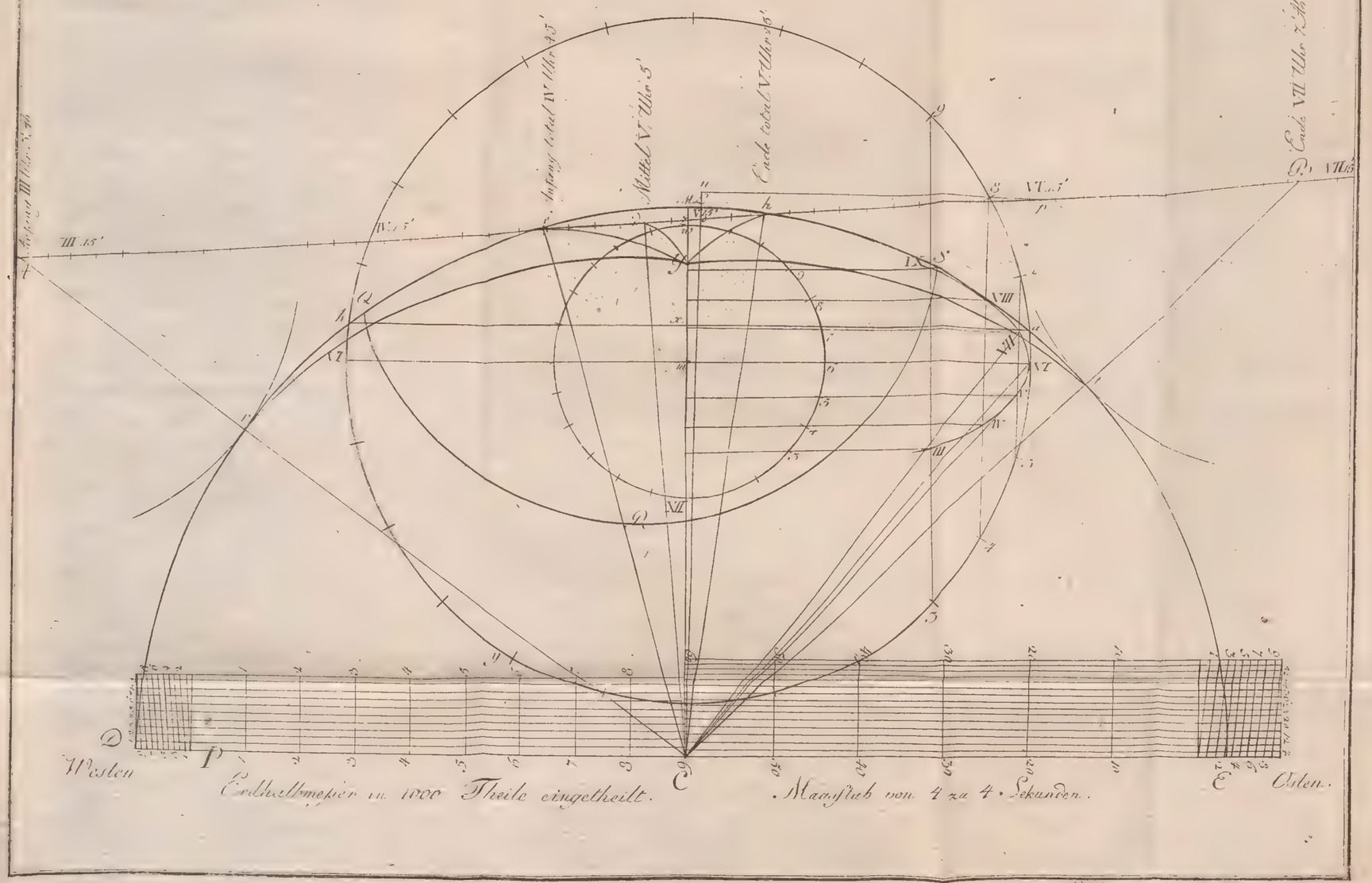
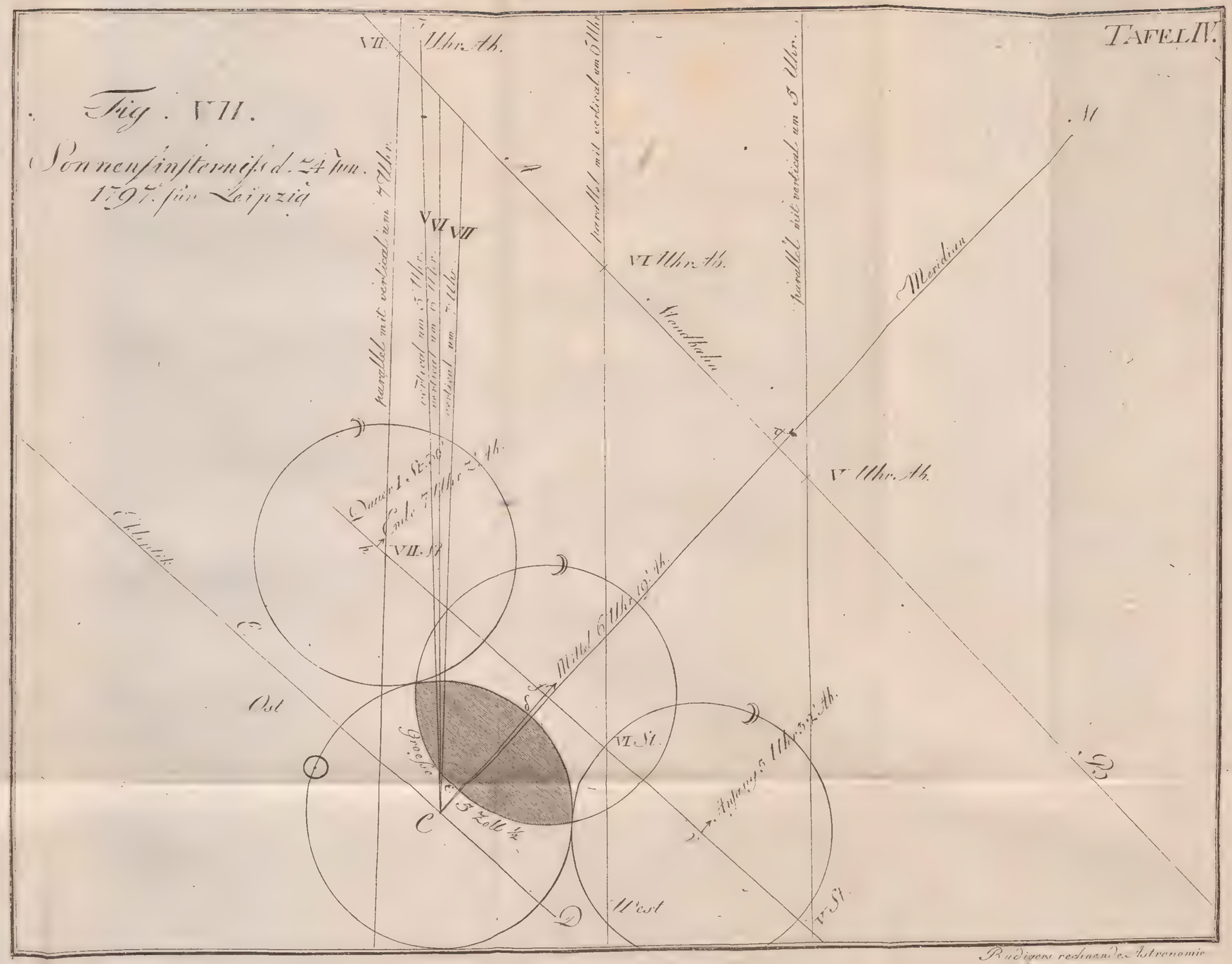


Fig. VII.

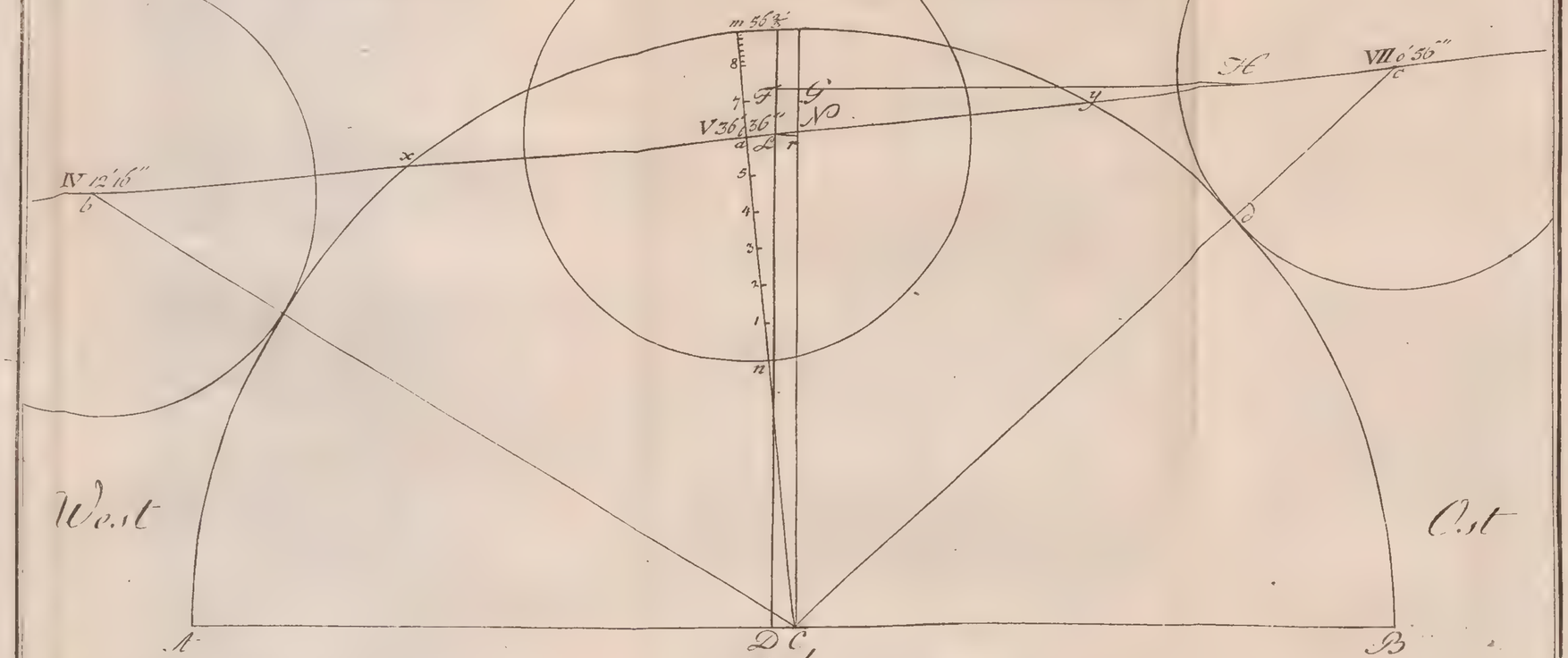
Sonnenfinsterniss d. 24 Jun. 1797. für Leipzig



Rudigers rechnende Astronomie

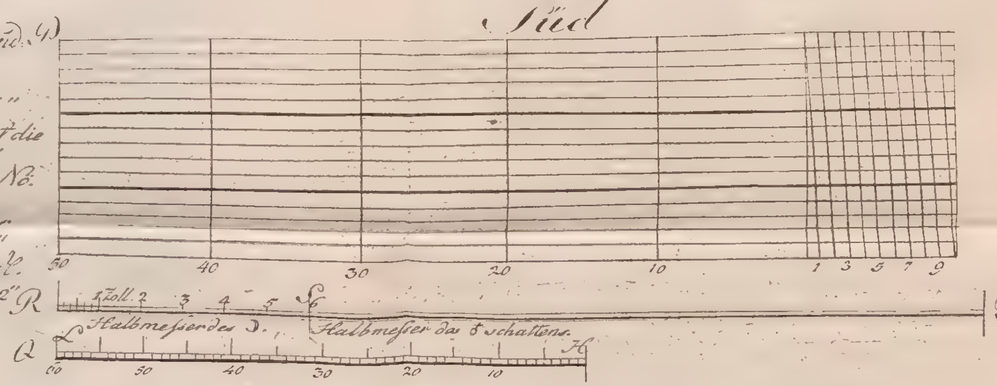
Fig. VIII. Mondfinsterniss den 18. Apr. 1791

Berliner Nord Meridian.



Elemente der Mondfinsterniss

1. Halbmesser des Erdschattens ... = 45' 26"
2. Reduktion des ☽ auf die Ekliptik ..... = −1' 43"
3. ☽breite ..... = 37. 15. No.
4. Stündl. Zunahme der no. ☽br. ..... = 3' 28"
5. Unterschied d. Stündl. Beweg. von ☉ u ☽ = 35' 22"



Elemente der Mondfinsterniss

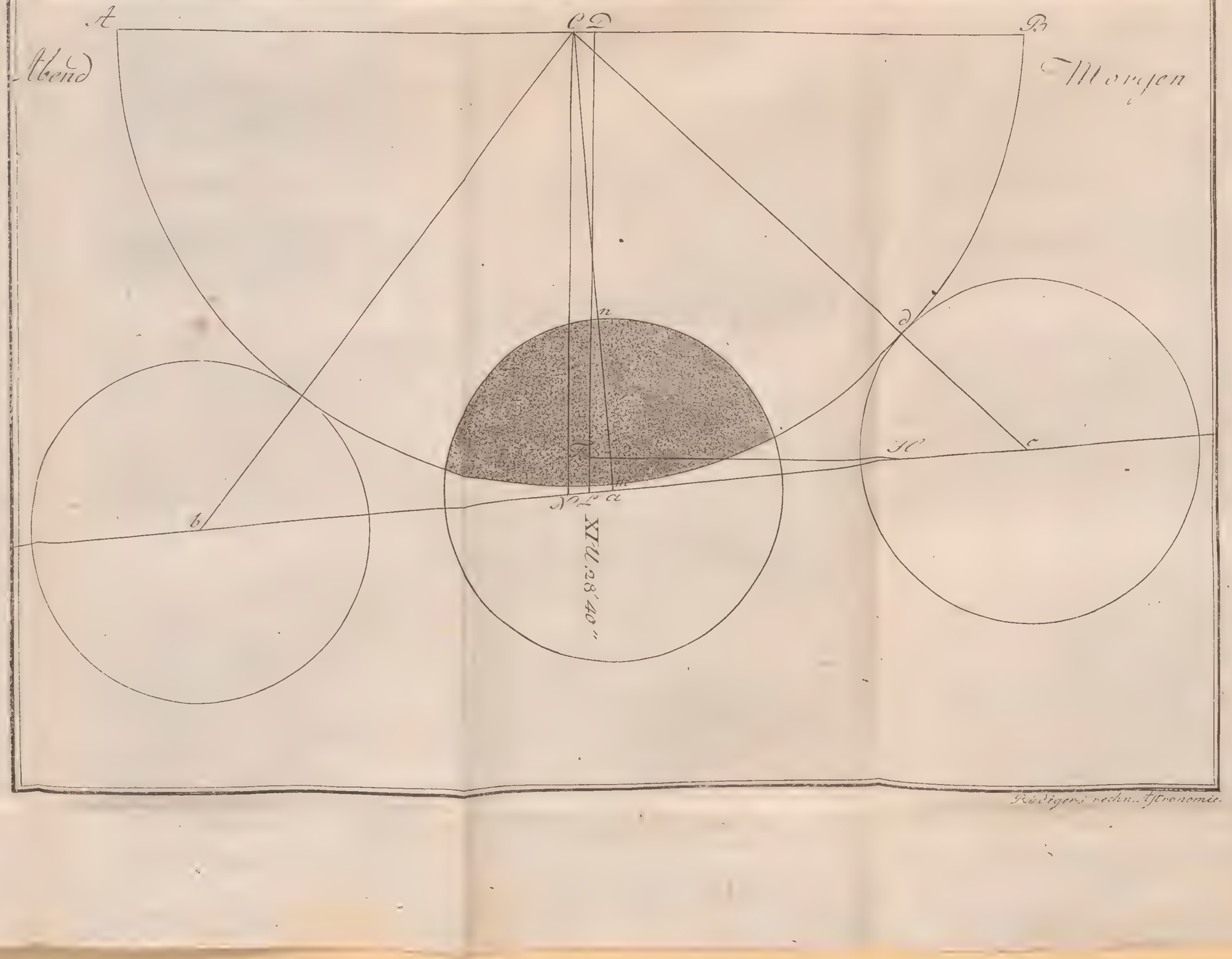
6. ☍ in Orbita 1791. Apr. 18. 5 U. 40' 6" Ab. Berlin. Uhrwahr. Zeit neu. Kalend.
7. Sum̄e d. Halbm. des ♁ sch. u. ☽ = 62' 8"
8. ☽halbmesser ..... = 16. 42

Hieraus ergiebt sich:

I. Mittel in a: ..... 5 Uhr 36' 36" Ab.
II. Anf. in b: ..... 4. 12. 16.
III. Ende in c: ..... 7. 0. 56.
IV. Dauer b c. ..... 2 St. 48. 40.
V. Grösse m n. ..... 8 Zoll. 56⅔ Min. am südl. Theile des ☽.

Fig. IX Mondfinsterniss 1795 d. 25-26 Febr.

Nacht.



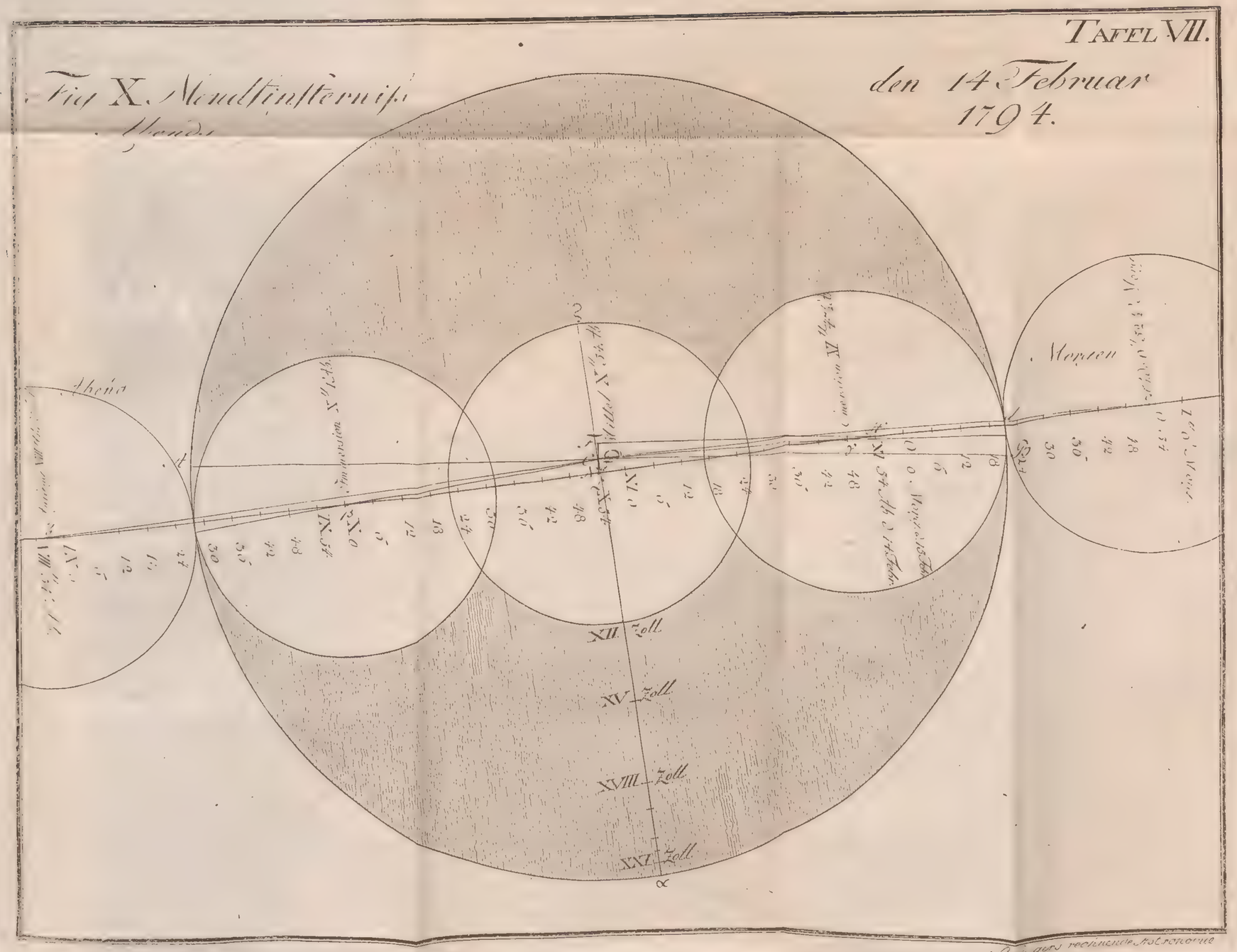
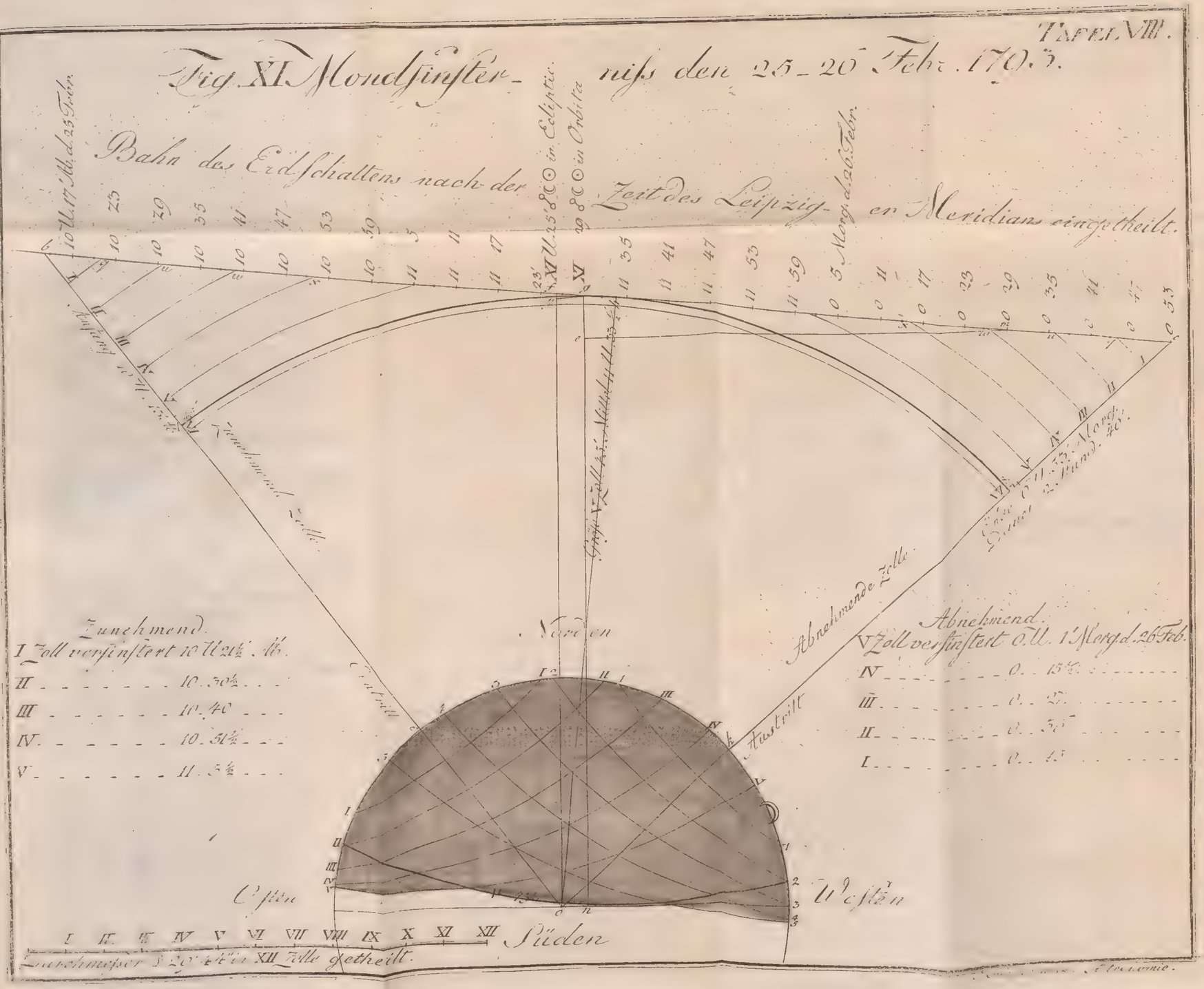

TAFEL VII.
Fig X. Mondfinsterniß
Abends
den 14 Februar
1794.
Morgen
XII Zoll
XV Zoll
XVIII Zoll
XXI Zoll
α

Fig. XI. Mondfinsternis den 25-26 Febr. 1703.

Bahn des Erdschattens nach der Zeit des Leipzig-er Meridians eingetheilt.



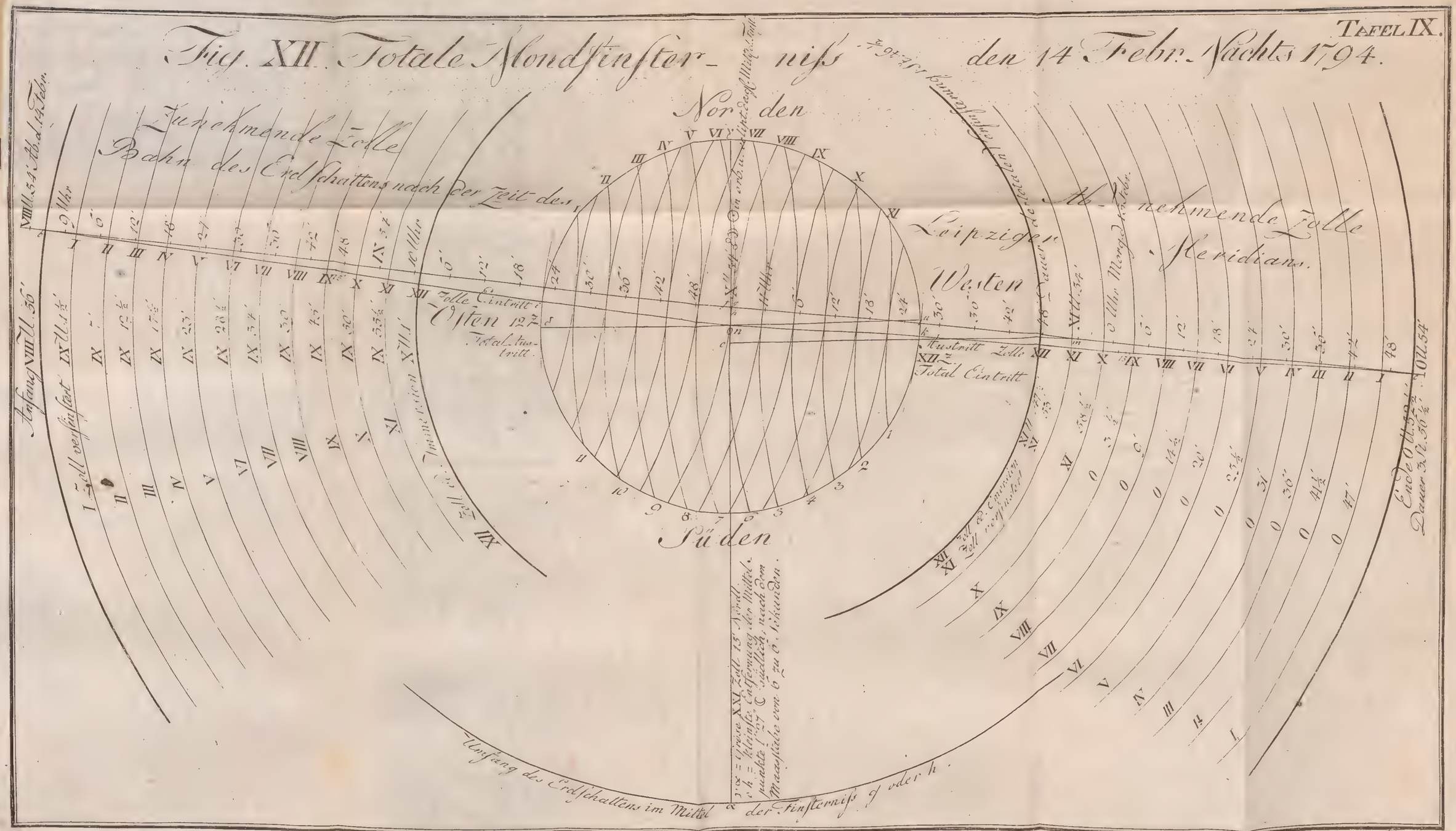
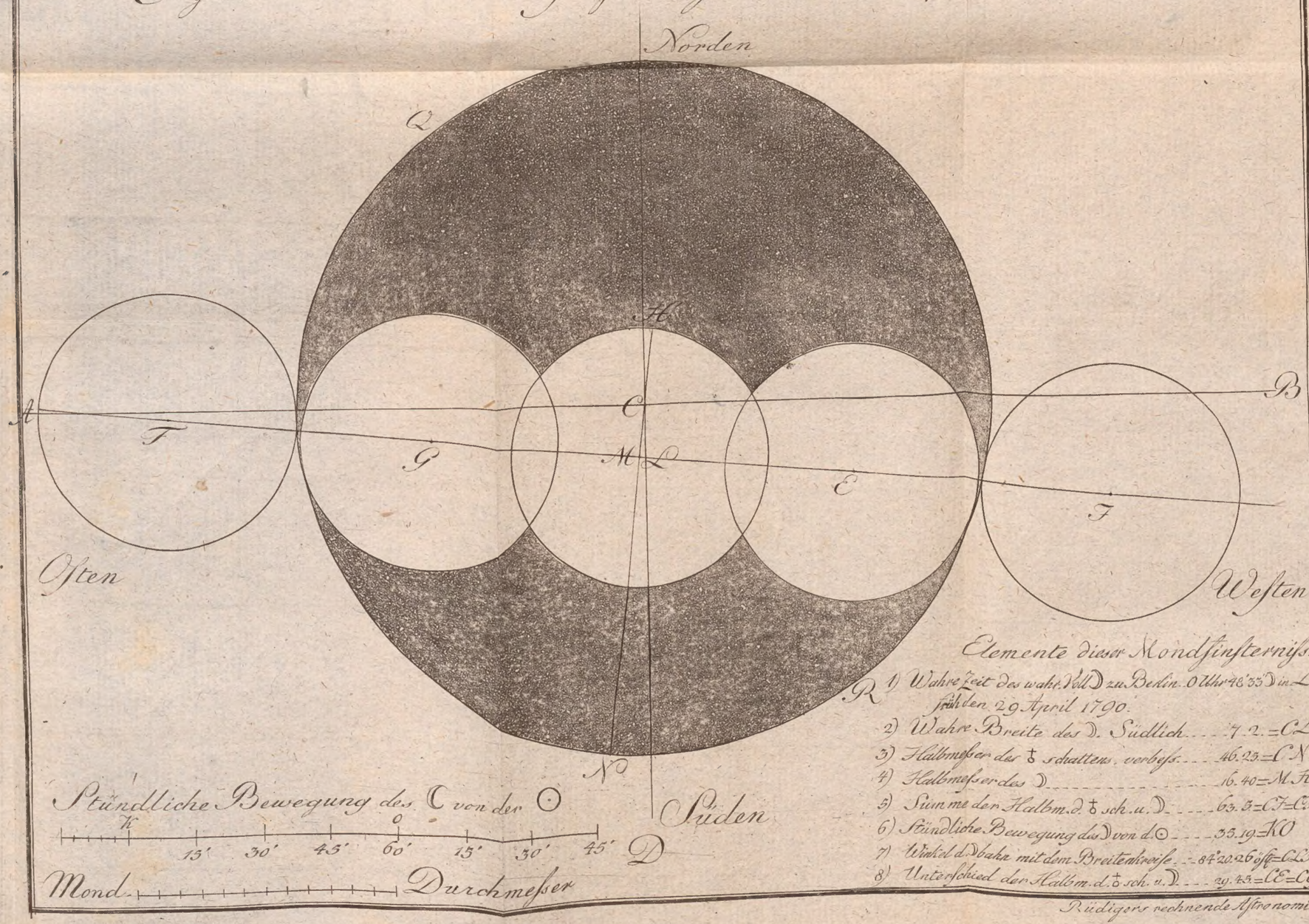

TAFEL IX.
Fig. XII. Totale Mondfinsterniss den 14 Febr. Nachts 1794.
Zunehmende Zolle
Bahn des Erdschattens nach der Zeit des
Nor den
Süden
Leipziger
Westen
Osten
Ab-nehmende Zolle
Meridians.
Zolle Eintritt
Total Austritt
Austritt Zolle
Total Eintritt
Anfang VIII U. 56'
Ende 0 U. 52½'
Dauer 3 St. 56½'
Umfang des Erdschattens im Mittel der Finsterniss g oder h.
Rüdigers rechn: Astronomie.

Fig XIII Totale Mondfinsternifs den 28 April 1790.



Stündliche Bewegung des ☾ von der ☉

Mond Durchmeſser

Elemente dieſer Mondfinſterniſs.

1) Wahre Zeit des wahr. Voll ☽ zu Berlin. 0 Uhr 48' 33 ☽ in ☌ früh den 29 April 1790.
2) Wahre Breite des ☽ Südlich . . . . 7. 2. = C☌
3) Halbmeſser des ♄ schattens verbeſs. . . . 46. 23. = CN
4) Halbmeſser des ☽ . . . . . 16. 40 = M H
5) Summe der Halbm. d ♄ sch. u. ☽ . . . . 63. 3 = C7 = C☍
6) Stündliche Bewegung des ☽ von d. ☉ . . . . 35. 19 = KO
7) Winkel d. ☽bahn mit dem Breitenkreiſe . . 84° 20. 26 öſtl. = CL7
8) Unterſchied der Halbm. d. ♄ sch. u. ☽ . . . 29. 43 = CE = CG

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Rüdiger, Christian Friedrich,

Handbuch der rechnenden Astronomie

Bd.: 1

Leipzig 1802

Astr.u. 149-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10061107-6